





ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

J. 20 1118

**SESSION 2020**

# **CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE**

---

## **ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

---

**Durée : 2 Heures  
Coefficient : 1**

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 page de consignes (recto-verso),
- 1 page d'avertissement (recto),
- 12 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 12

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT  
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES***A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT*

L'épreuve de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

- 1) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à bille ou feutre à encre foncée : bleue ou noire. Vous devez **cocher ou noircir** complètement la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.
- 2) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 3) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.
- 4) Si vous voulez corriger votre réponse, **n'utilisez pas de correcteur** mais indiquez la nouvelle réponse sur la ligne de repentir.
- 5) Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions liées est donnée au début du texte du sujet.  
**Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.**

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : le logiciel de correction lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'il aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

**Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.**

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 80 sont neutralisées).  
Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.  
Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :
  - ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question,  
*la ligne correspondante doit rester vierge.*
  - ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse,  
*vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.*
  - ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes,  
*vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.*
  - ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne,  
*vous devez alors noircir la case E.*

**En cas de réponse fausse, aucune pénalité ne sera appliquée.**

**Tournez la page S.V.P.**

## Questions liées

1 à 8

9 à 18

19 à 26

30 à 32

33-34

## Notations

Les lettres  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{N}$  et  $\mathbb{Z}$  désignent respectivement les ensembles des réels, des complexes, des entiers naturels et des entiers relatifs.

On rappelle que  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$  où  $i$  désigne le nombre complexe tel que  $i^2 = -1$  et  $x$  est un nombre réel.

$\mathbb{R}[X]$  désigne l'ensemble des polynômes à coefficients réels.

## PARTIE I

Etant donné un paramètre réel  $\alpha$ , on note  $E_\alpha$  l'ensemble des suites  $(u_n)_{n \geq 0}$  de réels qui vérifient, pour tout  $n$  positif, la relation :

$$u_{n+2} = \alpha(u_{n+1} + u_n).$$

### Question 1

On peut établir :

- A) Pour tout  $\alpha$  réel, il existe deux réels non nuls  $r$  et  $s$ , avec  $r < s$ , tels que les suites  $(r^n)_{n \geq 0}$  et  $(s^n)_{n \geq 0}$  appartiennent à l'ensemble  $E_\alpha$ .
- B) Pour tout  $\alpha > 0$ , il existe deux réels non nuls  $r$  et  $s$ , avec  $r < s$ , tels que les suites  $(r^n)_{n \geq 0}$  et  $(s^n)_{n \geq 0}$  appartiennent à l'ensemble  $E_\alpha$ .
- C) Pour tout  $\alpha < -4$ , il existe deux réels non nuls  $r$  et  $s$ , avec  $r < s$ , tels que les suites  $(r^n)_{n \geq 0}$  et  $(s^n)_{n \geq 0}$  appartiennent à l'ensemble  $E_\alpha$ .
- D) Pour tout  $\alpha \in ]-4; 0[$ , il existe deux réels non nuls  $r$  et  $s$ , avec  $r < s$ , tels que les suites  $(r^n)_{n \geq 0}$  et  $(s^n)_{n \geq 0}$  appartiennent à l'ensemble  $E_\alpha$ .

### Question 2

Alors, lorsqu'ils existent, les réels  $r$  et  $s$  vérifient :

- A)  $r = -4$ ,  $s = 0$  et  $|r| > |s|$ .
- B)  $r = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha(\alpha+4)}}{2}$ ,  $s = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha(\alpha+4)}}{2}$  et  $|r| > |s|$ .
- C)  $r = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha(\alpha+4)}}{2}$ ,  $s = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha(\alpha+4)}}{2}$  et  $|r| < |s|$ .
- D)  $r = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha(\alpha+4)}}{2}$ ,  $s = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha(\alpha+4)}}{2}$  et  $|r| > |s|$ .

### Question 3

On suppose  $\alpha \in ]-4; 0[$ . Soit  $(w_n)_{n \geq 0}$  une suite dont le terme général s'écrit sous la forme

$$w_n = ar^n + bs^n,$$

avec  $(a; b) \in \mathbb{R}^2$ ,  $r$  et  $s$  étant solutions de l'équation

$$x^2 + \alpha x + \alpha = 0.$$

- A) La suite  $(w_n)_{n \geq 0}$  appartient à  $E_\alpha$ .
- B) La suite  $(w_n)_{n \geq 0}$  appartient à  $E_{-\alpha}$ .
- C) Pour toute suite  $(u_n)_{n \geq 0} \in E_\alpha$ , il existe un couple de réels  $(a; b)$  tels que  $u_n = ar^n + bs^n$ .
- D) Pour toute suite  $(u_n)_{n \geq 0} \in E_{-\alpha}$ , il existe un couple de réels  $(a; b)$  tels que  $u_n = ar^n + bs^n$ .

**Tournez la page S.V.P.**

#### **Question 4**

On suppose  $\alpha \in \left]0; \frac{1}{2}\right[$ . Soit  $(u_n)_{n \geq 0}$  une suite appartenant à  $E_\alpha$ .

- A) La suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  converge vers une limite  $l > 0$ .
- B) La suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  converge vers 0.
- C) La suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  tend vers  $+\infty$ .
- D) La suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  n'a pas de limite.

#### **Question 5**

Connaissant  $u_0$  et  $u_1$ , on peut écrire :

- A)  $u_n = \frac{u_0 s - u_1}{s - r} r^n + \frac{u_1 - u_0 r}{s - r} s^n$
- B)  $u_n = \frac{u_1 s - u_0}{s - r} r^n + \frac{u_0 - u_1 r}{s - r} s^n$
- C)  $u_n = \frac{u_1 - u_0 r}{s - r} r^n + \frac{u_0 s - u_1}{s - r} s^n$
- D)  $u_n = \frac{u_0 - u_1 r}{s - r} r^n + \frac{u_1 s - u_0}{s - r} s^n$

#### **Question 6**

On montre alors :

- A) Si  $u_0 s - u_1 \neq 0$ , alors il existe un indice  $n_0$  tel que, pour  $n > n_0$ ,  $u_n$  ne s'annule pas et garde un signe constant. De plus, on a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |u_n|}{n} = \ln |s|.$$

- B) Si  $u_1 - u_0 r \neq 0$ , alors il existe un indice  $n_0$  tel que, pour  $n > n_0$ ,  $u_n$  ne s'annule pas et garde un signe constant. De plus, on a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |u_n|}{n} = \ln |r|.$$

- C) Si  $u_1 - u_0 r \neq 0$ , alors il existe un indice  $n_0$  tel que, pour  $n > n_0$ ,  $u_n$  ne s'annule pas et garde un signe constant. De plus, on a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |u_n|}{n} = \ln |s|.$$

- D) Si  $u_1 - u_0 r \neq 0$ , alors il existe un indice  $n_0$  tel que, pour  $n > n_0$ ,  $u_n$  ne s'annule pas et garde un signe constant. De plus, on a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |u_n|}{n} = \ln |r|.$$

### **Question 7**

Par contre :

A) Si  $u_0s - u_1 = 0$ , alors  $u_n$  change de signe à chaque rang. De plus, on a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |u_n|}{n} = \ln |s|.$$

B) Si  $u_0s - u_1 = 0$ , alors  $u_n$  change de signe à chaque rang. De plus, on a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |u_n|}{n} = \ln |r|.$$

C) Si  $u_1 - u_0r = 0$ , alors  $u_n$  change de signe à chaque rang. De plus, on a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |u_n|}{n} = \ln |s|.$$

D) Si  $u_1 - u_0r = 0$ , alors  $u_n$  change de signe à chaque rang. De plus, on a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |u_n|}{n} = \ln |r|.$$

### **Question 8**

Supposons maintenant  $\alpha > \frac{1}{2}$ . Les suites bornées de  $E_\alpha$  sont les suites  $(u_n)_{n \geq 0}$  telles que :

A)  $u_0s - u_1 = 0$ . Ces suites  $(u_n)_{n \geq 0}$  sont alors de la forme  $u_n = \mu s^n$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ .

B)  $u_0s - u_1 = 0$ . Ces suites  $(u_n)_{n \geq 0}$  sont alors de la forme  $u_n = \mu r^n$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ .

C)  $u_1 - u_0r = 0$ . Ces suites  $(u_n)_{n \geq 0}$  sont alors de la forme  $u_n = \mu r^n$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ .

D)  $u_1 - u_0r = 0$ . Ces suites  $(u_n)_{n \geq 0}$  sont alors de la forme  $u_n = \mu s^n$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ .

**Tournez la page S.V.P.**

## PARTIE II

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on considère les fonctions  $t_n$  telles que  $t_n(x) = \cos(n \operatorname{Arccos} x)$ .

### Question 9

L'identité  $\cos(\operatorname{Arccos} \alpha) = \alpha$  est vérifiée pour  $\alpha \in I$ , avec :

- A)  $I = \mathbb{R}$
- B)  $I = [0; \pi]$
- C)  $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- D)  $I = [-1; 1]$

### Question 10

L'identité  $\operatorname{Arccos}(\cos \alpha) = \alpha$  est vérifiée pour  $\alpha \in J$ , avec :

- A)  $J = \mathbb{R}$
- B)  $J = [0; \pi]$
- C)  $J = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- D)  $J = [-1; 1]$

### Question 11

On en déduit que, pour tout entier naturel  $n$  :

- A) La fonction  $t_n$  est définie sur  $D = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- B) La fonction  $t_n$  est définie sur  $D = [0; \pi]$ .
- C) La fonction  $t_n$  est définie sur  $D = [-1; 1]$ .
- D) La fonction  $t_n$  est définie sur  $D = \mathbb{R}$ .

### Question 12

On a :

- A) Pour tout  $x \in D$ ,  $t_0(x) = 1$  et  $t_1(x) = x$ .
- B) Pour tout  $x \in D$ ,  $t_0(x) = 1$  et  $t_1(x) = \pi - x$ .
- C) Pour tout  $x \in D$ ,  $t_2(x) = 1 - 2x^2$  et  $t_3(x) = 4x^3 - 3x$ .
- D) Pour tout  $x \in D$ ,  $t_2(x) = 2x^2 - 1$  et  $t_3(x) = 3x - 4x^3$ .

### **Question 13**

Pour  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $k \in \mathbb{Z}$ , on note  $\theta_k = \frac{2k+1}{2n}\pi$ . La fonction  $t_n$  s'annule pour :

- A)  $x_k = \theta_k, k \in \mathbb{Z}$ .
- B)  $x_k = \theta_k, k \in \{0, \dots, n-1\}$ .
- C)  $x_k = \cos(\theta_k), k \in \mathbb{Z}$ .
- D)  $x_k = \cos(\theta_k), k \in \{0, \dots, n-1\}$ .

### **Question 14**

On suppose  $n \geq 2$  et  $p \in \{1, \dots, n-1\}$ . On montre que :

- A)  $\sum_{k=0}^{n-1} e^{ip\theta_k} = 0$  si  $p$  est impair
- B)  $\sum_{k=0}^{n-1} e^{ip\theta_k} = \frac{1}{\sin \frac{p\pi}{2n}}$  si  $p$  est pair
- C)  $\sum_{k=0}^{n-1} e^{ip\theta_k} = 0$  si  $p$  est pair
- D)  $\sum_{k=0}^{n-1} e^{ip\theta_k} = \frac{1}{\sin \frac{p\pi}{2n}}$  si  $p$  est impair

### **Question 15**

Ainsi, on en déduit que, si les  $x_k, k \in \{0, \dots, n-1\}$  sont solutions de l'équation  $t_n(x) = 0$  :

- A)  $\sum_{k=0}^{n-1} t_p(x_k) = 0$  si  $p$  est impair
- B)  $\sum_{k=0}^{n-1} t_p(x_k) = \frac{1}{\sin \frac{p\pi}{2n}}$  si  $p$  est pair
- C)  $\sum_{k=0}^{n-1} t_p(x_k) = 0$  si  $p$  est pair
- D)  $\sum_{k=0}^{n-1} t_p(x_k) = \frac{1}{\sin \frac{p\pi}{2n}}$  si  $p$  est impair

### **Question 16**

On admet que pour  $x \in I$ , le changement de variable bijectif  $\theta = \text{Arccos } x$  permet d'écrire  $t_n(x) = \cos(n\theta)$ , avec  $\theta \in J$ . Pour  $n \geq 1$ , on a :

- A)  $t_{n-1}(x) + t_{n+1}(x) = xt_n(x)$
- B)  $t_{n-1}(x) + t_{n+1}(x) = 2xt_n(x)$
- C)  $t_{n-1}(x) + t_{n+1}(x) = -xt_n(x)$
- D)  $t_{n-1}(x) + t_{n+1}(x) = -2xt_n(x)$ .

**Tournez la page S.V.P.**

### **Question 17**

Ainsi, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , la fonction  $t_n$  est la restriction à  $I$  d'un polynôme  $T_n$  de  $\mathbb{R}[X]$ .

- A) Le polynôme  $T_n$  est de degré  $n-1$ , pour  $n \geq 1$  son terme de plus haut degré admet pour coefficient  $2^n$ .
- B) Le polynôme  $T_n$  est de degré  $n$ , pour  $n \geq 1$  son terme de plus haut degré admet pour coefficient  $2^{n+1}$ .
- C) Le polynôme  $T_n$  est de degré  $n+1$ , pour  $n \geq 1$  son terme de plus haut degré admet pour coefficient  $2^n$ .
- D) Le polynôme  $T_n$  est de degré  $n$ , pour  $n \geq 1$  son terme de plus haut degré admet pour coefficient  $2^{n-1}$ .

### **Question 18**

On peut montrer que :

- A) Le polynôme  $T_n$  admet à la fois des racines réelles et des racines complexes non réelles.
- B) Les racines du polynôme  $T_n$  sont toutes réelles.
- C) Les racines du polynôme  $T_n$  sont toutes complexes non réelles.
- D) On ne peut pas se prononcer sur le caractère réel ou non des racines du polynôme  $T_n$  : cela dépend de  $n$ .

### PARTIE III

Soit  $E$  un espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$ , d'élément neutre  $0_E$ , et  $Id$  l'application identique de  $E$  dans  $E$ . L'ensemble  $L(E)$  est l'ensemble des endomorphismes de  $E$ .

On dit que  $p$ , élément de  $L(E)$ , est un projecteur si et seulement si  $p^2 = p$ . Dans cette partie,  $p$  désigne un projecteur de  $E$ .

#### Question 19

Soit  $u \in E$ . On a :

- A)  $u \in \text{Im } p \Leftrightarrow p(u) = 0_E$
- B)  $u \in \text{Im } p \Leftrightarrow p(u) = u$
- C)  $u \in \text{Ker } p \Leftrightarrow p(u) = 0_E$
- D)  $u \in \text{Ker } p \Leftrightarrow p(u) = u$

#### Question 20

On a :

- A)  $\text{Ker } p \cap \text{Im } p = \emptyset$
- B)  $\text{Ker } p \cup \text{Im } p = E$
- C)  $\text{Ker } p$  et  $\text{Im } p$  sont complémentaires dans  $E$ .
- D)  $\text{Ker } p$  et  $\text{Im } p$  sont supplémentaires dans  $E$ .

#### Question 21

L'application linéaire  $q = Id - p$  vérifie :

- A)  $q^2 = q$  et  $\text{Ker } q = \text{Ker } p$
- B)  $q^2 = p$  et  $\text{Ker } q = \text{Im } p$
- C)  $q^2 = q$  et  $\text{Im } q = \text{Ker } p$
- D)  $q^2 = p$  et  $\text{Im } q = \text{Im } p$

Soient  $F$  et  $G$  deux sous-espaces vectoriels supplémentaires dans  $E$ . On admet la propriété (P) suivante :

(P) : Pour tout  $u \in E$ , il existe un unique couple  $(u_1, u_2) \in F \times G$  tel que  $u = u_1 + u_2$

On introduit  $p_1$  et  $q_1$ , applications de  $E$  dans  $E$  définies par :

Pour tout  $u \in E$ ,  $p_1(u) = u_1$  et  $q_1(u) = u_2$ , où  $(u_1, u_2)$  est donné par la propriété (P)

L'application  $p_1$  est la projection sur  $F$  parallèlement à  $G$ , alors que  $q_1$  est la projection sur  $G$  parallèlement à  $F$ .

#### Question 22

- A)  $p_1$  est un endomorphisme de  $G$
- B)  $p_1$  est un projecteur de  $G$
- C)  $q_1$  est un endomorphisme de  $F$
- D)  $q_1$  est un projecteur de  $F$

Tournez la page S.V.P.

### **Question 23**

Dans  $\mathbb{R}^3$  muni de la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tels que } x = y = z\} \text{ et } G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tels que } 2x + y = 0\}.$$

- A)  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ , mais pas  $G$ .
- B)  $G$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ , mais pas  $F$ .
- C)  $F$  et  $G$  sont deux sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^3$ .
- D)  $F$  et  $G$  sont supplémentaires dans  $\mathbb{R}^3$ .

### **Question 24**

La projection  $p$  sur  $F$  parallèlement à  $G$  est représentée de façon matricielle dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  par :

$$\text{A) } M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{B) } M = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{C) } M = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{D) } M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

### **Question 25**

La projection  $q$  sur  $G$  parallèlement à  $F$  est représentée de façon matricielle dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  par :

$$\text{A) } N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{B) } N = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{C) } N = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{D) } N = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

### **Question 26**

Soit  $f$  l'application linéaire de  $\mathbb{R}^3$  définie par la matrice  $A = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  :

A) L'application  $f$  est la projection sur  $F'$  parallèlement à  $G'$ , avec :

$$F' = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tels que } x + 2y + 3z = 0\} \text{ et } G' = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tels que } 2x = 3y = 6z\}.$$

B) L'application  $f$  est la projection sur  $F'$  parallèlement à  $G'$ , avec :

$$F' = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tels que } 2x = 3y = 6z\} \text{ et } G' = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tels que } x + 2y + 3z = 0\}$$

C) L'application  $f$  est la projection sur  $F'$  parallèlement à  $G'$ , avec :

$$F' = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tels que } 2x = 3y = -3z\} \text{ et } G' = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tels que } x + 2y + 3z = 0\}$$

D) L'application  $f$  n'est pas une projection.

**Tournez la page S.V.P.**

## PARTIE IV

On désigne par « carré parfait » tout entier  $n \in \mathbb{N}$  tel qu'il existe un entier  $q$  vérifiant  $q^2 = n$ .

### Question 27

La somme de cinq carrés parfaits d'entiers consécutifs :

- A) est toujours un carré parfait.
- B) est un carré parfait si le plus petit entier est pair, et n'est pas un carré parfait si le plus petit entier est impair.
- C) n'est jamais un carré parfait.
- D) on ne peut pas déterminer sous quelles conditions cette somme est un carré parfait ou ne l'est pas.

### Question 28

Soit  $p$  un entier de la forme  $p = 8n + 7$ , avec  $n \in \mathbb{N}$ .

- A)  $p$  ne peut être la somme de trois carrés parfaits.
- B) Il existe des valeurs de  $p$  telles que  $p$  est la somme de trois carrés parfaits.
- C) Il existe des valeurs de  $p$  telles que  $p$  est la somme de trois carrés parfaits d'entiers consécutifs.
- D)  $p$  ne peut être la somme de trois carrés parfaits d'entiers consécutifs.

### Question 29

Si  $p$  est premier et  $8p^2 + 1$  est premier alors :

- A)  $8p^2 - 3$  est premier.
- B)  $8p^2 - 1$  est premier.
- C)  $8p^2 + 3$  est premier.
- D)  $8p^2 + 5$  est premier.

Dans les questions 30 à 32, le triplet  $(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$  est solution de l'équation  $x^2 + y^2 = z^2$ . On suppose que  $PGCD(x, y, z) = 1$ .

### Question 30

- A)  $x$  et  $y$  ne sont pas premiers entre eux.
- B)  $x$  et  $z$  ne sont pas premiers entre eux.
- C)  $y$  et  $z$  ne sont pas premiers entre eux.
- D)  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont 2 à 2 premiers entre eux.

### Question 31

- A) Les nombres  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont pairs.
- B) Les nombres  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont impairs.
- C) Les nombres  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont tels que deux sont pairs et un est impair.
- D) Les nombres  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont tels que deux sont impairs et un est pair.

**Question 32**

- A) Le nombre  $z$  est impair.  
 B) Le nombre  $z$  est pair.  
 C) Les nombres  $x$  et  $y$  sont tous les deux impairs.  
 D) Les nombres  $x$  et  $y$  sont l'un pair et l'autre impair.

**PARTIE V**

On considère la suite de fonctions  $f_n$  définie sur  $\mathbb{R}_+$  par :

$$f_0(x) = 1 - x \text{ et } f_{n+1}(x) = \frac{1}{2 - f_n(x)}.$$

**Question 33**

On a, pour  $n \geq 1$  :

- A)  $f_n(x) = \frac{1 + nx}{1 + (n+1)x}$   
 B)  $f_n(x) = \frac{1 + (n+1)x}{1 + nx}$   
 C)  $f_n(x) = \frac{1 + (n-1)x}{1 + nx}$   
 D)  $f_n(x) = \frac{1 + nx}{1 + (n-1)x}$

**Question 34**

Le développement limité de  $f_n$  en 0 à l'ordre 5 est :

- A)  $f_n(x) = 1 - x + nx^2 - n^2x^3 + n^3x^4 - n^4x^5 + x^5o(x)$   
 B)  $f_n(x) = 1 - x + (n+1)x^2 - (n+1)^2x^3 + (n+1)^3x^4 - (n+1)^4x^5 + x^5o(x)$   
 C)  $f_n(x) = 1 + x - nx^2 + n^2x^3 - n^3x^4 + n^4x^5 + x^5o(x)$   
 D)  $f_n(x) = 1 + x - (n-1)x^2 + (n-1)^2x^3 - (n-1)^3x^4 + (n-1)^4x^5 + x^5o(x)$

Tournez la page S.V.P.

## PARTIE VI

### Question 35

La famille Capulet compte deux enfants. L'aînée est une fille. La probabilité  $p$  que les deux enfants soient des filles est :

A)  $p = \frac{1}{4}$

B)  $p = \frac{1}{3}$

C)  $p = \frac{1}{2}$

D)  $p = \frac{3}{4}$

### Question 36

La famille Montaigu compte deux enfants, dont un garçon. La probabilité  $p$  que les deux enfants soient des garçons est :

A)  $p = \frac{1}{4}$

B)  $p = \frac{1}{3}$

C)  $p = \frac{1}{2}$

D)  $p = \frac{3}{4}$



ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

J. 20 1119

**SESSION 2020**

# **CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE**

---

## **ÉPREUVE DE PHYSIQUE**

---

**Durée : 2 Heures  
Coefficient : 1**

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages de consignes (recto-verso),
- 1 page d'avertissement (recto),
- 7 pages de texte (recto-verso).

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT  
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**



**ÉPREUVE DE PHYSIQUE***A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT*

L'épreuve de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

- 1) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à bille ou feutre, à encre foncée : bleue ou noire. Vous devez **cocher ou noircir** complètement la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.
- 2) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 3) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.
- 4) Si vous voulez corriger votre réponse, **n'utilisez pas de correcteur** mais indiquez la nouvelle réponse sur la ligne de repentir.
- 5) Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions est donnée au début du texte du sujet.  
**Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.**

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : le logiciel de correction lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'il aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

**Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.**

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 80 sont neutralisées).  
Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.  
Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :
  - ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question,  
*la ligne correspondante doit rester vierge.*
  - ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse,  
*vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.*  
Ex : si vous pensez que la bonne réponse est B vous cochez la case B.
  - ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes,  
*vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.*  
Ex : si vous pensez que la bonne réponse est A et C vous cochez les cases A et C
  - ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne,  
*vous devez alors noircir la case E.*

**En cas de réponse fausse, aucune pénalité ne sera appliquée.**

**Tournez la page S.V.P.**

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- A)  $\lim_{P \rightarrow 0} (PV) = RT$ , quelle que soit la nature du gaz.
- B)  $PV = RT$  quelles que soient les conditions de pression et température.
- C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique  $\sigma$ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- A)  $\mathbf{j} = \mathbf{E}/\sigma$
- B)  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$
- C)  $\mathbf{E} = \sigma^2 \mathbf{j}$
- D)  $\mathbf{j} = \sigma^2 \mathbf{E}$

Exemple III : Question 3 :

- A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- C) Le rendement du cycle de CARNOT est  $1 + \frac{T_2}{T_1}$ .
- D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

**Vous marquerez sur la feuille réponse :**

1 -

|                                     |                          |                                     |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>A</b>                            | <b>B</b>                 | <b>C</b>                            | <b>D</b>                 | <b>E</b>                 |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

2 -

|                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>A</b>                 | <b>B</b>                            | <b>C</b>                 | <b>D</b>                 | <b>E</b>                 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

3 -

|                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| <b>A</b>                 | <b>B</b>                 | <b>C</b>                 | <b>D</b>                 | <b>E</b>                            |
| <input type="checkbox"/>            |

## AVERTISSEMENTS

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Nous attirons leur attention sur les points suivants :

1 - Les résultats sont arrondis en respectant les règles habituelles ; il est prudent d'éviter des arrondis trop imprécis sur les résultats intermédiaires.

2 - Les valeurs fausses proposées diffèrent suffisamment de la valeur exacte pour que d'éventuels écarts d'arrondi n'entraînent aucune ambiguïté sur la réponse.

---

*Les notations utilisées sont celles en vigueur au niveau international. Ainsi, conformément à ces recommandations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras et le produit vectoriel est noté par le symbole  $\times$ .*

---

## QUESTIONS LIEES

Ondes [1, 2, 3, 4, 5, 6]

Optique géométrique [7, 8, 9, 10, 11, 12]

Régime transitoire [13, 14, 15, 16, 17, 18]

Mécanique [19, 20, 21, 22, 23, 24]

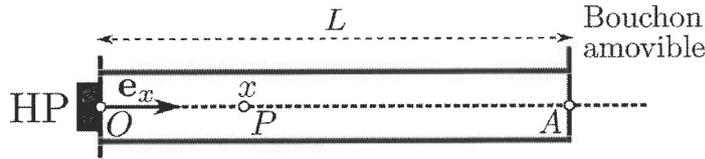
Thermodynamique [25, 26, 27, 28, 29, 30]

Électromagnétisme [31, 32, 33, 34, 35, 36]



## Ondes

L'air contenu dans un tuyau cylindrique, de longueur  $L = OA = 2\text{ m}$ , est excité par un haut-parleur (HP) émettant des ondes acoustiques sinusoïdales de fréquence  $f$ . Un bouchon situé en  $A$  ferme l'extrémité droite du tuyau. On note  $\Psi_f(x, t)$  la fonction d'onde de l'onde acoustique dans le tuyau,  $x$  étant l'abscisse d'un point  $P$  situé à l'intérieur du tube sur l'axe  $(O, e_x)$  et  $t$ , le temps. La vitesse du son dans le tuyau vaut  $c_s = 340\text{ m.s}^{-1}$  (Fig. ci-après).



Aucune connaissance spécifique sur les ondes acoustiques n'est nécessaire pour aborder cette partie.

On observe que les ondes dans le tuyau se superposent pour former une onde stationnaire d'amplitude  $\psi_m$ . En présence du bouchon, elle vérifie les conditions aux limites, ainsi que la condition initiale suivantes :

$$\Psi_f(0, t) = 0 \quad , \quad \Psi_f(L, t) = 0 \quad \text{et} \quad \Psi_f(x, 0) = 0$$

1. En introduisant une constante spatiale et temporelle  $k_f$ , indiquer l'expression correcte de cette onde stationnaire :

|  |  |
|--|--|
| A) $\Psi_f(x, t) = \psi_m \sin(2\pi ft - k_f x)$     | C) $\Psi_f(x, t) = \psi_m \sin(2\pi ft) \sin(k_f x)$ |
| B) $\Psi_f(x, t) = \psi_m \cos(2\pi ft) \sin(k_f x)$ | D) $\Psi_f(x, t) = \psi_m \cos(2\pi ft) \cos(k_f x)$ |

2. Calculer numériquement la fréquence  $f_{1,f}$  de l'harmonique fondamentale.

|                                   |                                    |                               |                             |
|-----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| A) $f_{1,f} \approx 6\text{ mHz}$ | B) $f_{1,f} \approx 12\text{ mHz}$ | C) $f_{1,f} = 42,5\text{ Hz}$ | D) $f_{1,f} = 85\text{ Hz}$ |
|-----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|

3. En introduisant l'entier  $n > 0$ , déterminer l'expression des longueurs d'ondes  $\lambda_n$  des ondes stationnaires qui peuvent exister dans le tuyau :

|                              |                               |                     |                      |
|------------------------------|-------------------------------|---------------------|----------------------|
| A) $\lambda_n = \frac{L}{n}$ | B) $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ | C) $\lambda_n = nL$ | D) $\lambda_n = 2nL$ |
|------------------------------|-------------------------------|---------------------|----------------------|

4. Le bouchon est désormais retiré. On observe alors une nouvelle onde stationnaire dans le tuyau, notée  $\Psi_o(x, t)$ , de même amplitude  $\psi_m$ . L'ouverture du tuyau modifie les conditions aux limites, la condition initiale restant la même :

$$\Psi_o(0, t) = 0 \quad , \quad \Psi_o(L, t) = \psi_m \quad \text{et} \quad \Psi_o(x, 0) = 0$$

En introduisant une nouvelle constante spatiale et temporelle  $k_o$ , déterminer l'expression de  $\Psi_o(x, t)$  :

|  |  |
|--|--|
| A) $\Psi_o(x, t) = \psi_m \sin(2\pi ft + k_o x)$     | C) $\Psi_o(x, t) = \psi_m \sin(2\pi ft) \sin(k_o x)$ |
| B) $\Psi_o(x, t) = \psi_m \cos(2\pi ft) \sin(k_o x)$ | D) $\Psi_o(x, t) = \psi_m \sin(2\pi ft) \cos(k_o x)$ |

5. Calculer numériquement la fréquence  $f_{1,o}$  de l'harmonique fondamentale.

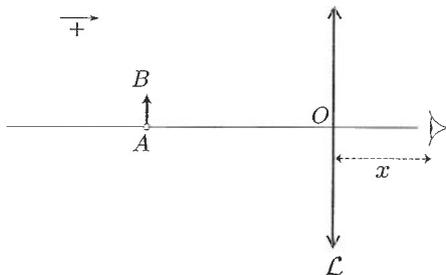
|                                   |                                    |                               |                             |
|-----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| A) $f_{1,o} \approx 6\text{ mHz}$ | B) $f_{1,o} \approx 12\text{ mHz}$ | C) $f_{1,o} = 42,5\text{ Hz}$ | D) $f_{1,o} = 85\text{ Hz}$ |
|-----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|

6. En introduisant l'entier  $m > 0$ , déterminer l'expression des longueurs d'ondes  $\lambda_m$  des ondes stationnaires qui peuvent exister dans le tuyau :

|                               |                              |                                      |                                    |
|-------------------------------|------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| A) $\lambda_m = \frac{L}{2m}$ | B) $\lambda_m = \frac{L}{m}$ | C) $\lambda_m = \frac{L}{m/2 + 1/4}$ | D) $\lambda_m = \frac{L}{m + 1/2}$ |
|-------------------------------|------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|

## Optique géométrique

Une loupe, assimilée à une lentille mince  $\mathcal{L}$  de distance focale image  $f' > 0$  et de centre optique  $O$ , est utilisée pour observer un objet  $AB$  situé dans un plan de front. L'ensemble est placé dans l'air dont on supposera l'indice de réfraction égal à l'unité. L'œil de l'observateur est situé à une distance  $x > 0$  en arrière de la lentille (Fig. ci-après). On modélise cet œil, que l'on suppose sans défaut (œil emmétrope), comme l'association d'une lentille mince  $\mathcal{L}'$  de vergence variable et d'un capteur fixe (la rétine). On note la distance entre l'œil et son punctum proximum, c'est-à-dire, la distance minimale de vision nette:  $d_m = 25 \text{ cm}$ . Dans tout l'exercice, on admet que les conditions de Gauss sont satisfaites.



On définit le grossissement  $G$  de la loupe par le rapport  $\theta'/\theta$  de l'angle  $\theta'$  sous lequel l'objet est vu à travers  $\mathcal{L}$  sur l'angle  $\theta$  sous lequel on voit l'objet directement (sans la loupe) lorsqu'il est placé au punctum proximum. Dans cette définition, la valeur de  $G$  dépend de la position de l'objet et de la position de l'œil. On cherche les conditions d'observation qui maximise le grossissement.

On donne la relation de conjugaison de Descartes, celle de Newton et le grandissement transversal  $G_t$  pour une lentille mince de distance focale image  $f_i$  :

$$-\frac{1}{p_o} + \frac{1}{p_i} = \frac{1}{f_i} \quad \sigma_o \sigma_i = -f_i^2 \quad G_t = \frac{p_i}{p_o} = -\frac{\sigma_i}{f_i}$$

où  $p_o$  et  $p_i$  sont respectivement les distances algébriques de l'objet et de son image au centre de la lentille. En outre,  $\sigma_o$  et  $\sigma_i$  sont les distances algébriques respectives de l'objet au foyer principal objet et de l'image au foyer principal image.

7. Que peut-on affirmer?
- A) La limite de résolution angulaire d'un œil normal est d'environ  $1,5''$ .  
 B) Un ballon sphérique de 20 cm de diamètre placé à une distance de 100 m est vu sous un angle supérieur à la limite de résolution angulaire d'un œil sans défaut.  
 C) Un œil emmétrope peut observer nettement un objet à l'infini.  
 D) Un objet virtuel pour l'œil peut être observé nettement.
8. Dans cette question,  $AB$  est placé dans le plan focal objet de  $\mathcal{L}$  et la position de l'œil, derrière la lentille, est quelconque. L'œil voit nettement l'image de  $AB$  à travers  $\mathcal{L}$ . Déterminer  $\theta'$  et  $G$ .
- A)  $\theta' = \frac{AB}{d_m}$       B)  $\theta' = \frac{AB}{f'}$       C)  $G = \frac{f'}{d_m}$       D)  $G = \frac{d_m}{f'}$
9. L'objet  $AB$  n'est plus dans le plan focal de  $\mathcal{L}$ . L'œil est placé à proximité de la loupe ( $x \approx 0$ ) et accommode de sorte qu'il observe l'image de l'objet à travers  $\mathcal{L}$  à son punctum proximum. À quelle position  $p_1 = \overline{OA}$  l'objet est-il placé et que vaut alors le grossissement  $G_1$  de la loupe dans ces conditions d'observation?
- A)  $p_1 = \frac{d_m f'}{d_m - f'}$       B)  $p_1 = -\frac{d_m f'}{d_m + f'}$       C)  $G_1 = \frac{d_m}{f'}$       D)  $G_1 = 1 + \frac{d_m}{f'}$
10. L'œil est désormais placé à une position quelconque dans l'intervalle  $0 < x \leq d_m$ . On note  $A_\infty$  la position de  $A$  qui permet à l'œil d'observer l'image de l'objet donnée par  $\mathcal{L}$  sans accommodation et  $A_m$  la position de  $A$  qui oblige l'œil à accommoder au punctum proximum. On introduit les distances algébriques  $p_\infty = \overline{OA_\infty}$  et  $p_m = \overline{OA_m}$ . Exprimer ces dernières.
- A)  $p_\infty = -f'$       B)  $p_\infty = x - f'$       C)  $p_m = -\frac{f'(d_m - x)}{f' + d_m - x}$       D)  $p_m = \frac{f'(x - d_m)}{f' + x - d_m}$

11. On note  $p = \overline{OA}$  la position de  $A$  telle que  $p_\infty \leq p \leq p_m$ . Calculer le grossissement  $G(x, p)$  de la loupe pour ces positions  $x$  de l'œil et  $p$  de l'objet.

A)  $G(x, p) = \frac{f'd_m}{(x-p)(f'+p)}$

C)  $G(x, p) = \frac{f'd_m}{xf' + px + pf'}$

B)  $G(x, p) = \frac{f'd_m}{(x-p)(f'-p)}$

D)  $G(x, p) = \frac{f'd_m}{xf' + px - pf'}$

12. On note  $A'$  l'image de  $A$  par  $\mathcal{L}$  et  $p' = \overline{OA'}$ . Pour quelle position  $x$  de l'œil et quelle valeur de  $p'$  le grossissement est-il maximum ?

A)  $x = d_m$  et  $p' = 0$

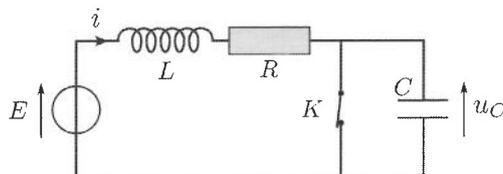
C)  $x$  quelconque et  $p' = -\infty$

B)  $x = 0$  et  $p' = -d_m$

D)  $x = 0$  et  $p' = -f'$

## Régime transitoire

Le condensateur d'un circuit  $RLC$  série, de capacité  $C = 20 \mu\text{F}$ , est mis en court-circuit par un interrupteur  $K$  depuis une durée suffisamment longue pour que le régime soit établi (permanent). Le circuit est alimenté par une source de tension stationnaire idéale de force électromotrice  $E$ . On ouvre  $K$  à un instant pris comme origine temporelle. La bobine du circuit possède une inductance  $L = 50 \text{ mH}$ . On note  $R$  la résistance du résistor,  $i$  l'intensité du courant électrique qui traverse la bobine, et  $u_C$ , la tension aux bornes du condensateur (Fig. ci-après).



Lorsque  $K$  est ouvert, le facteur de qualité du circuit vaut  $Q = 10$ . On note  $\omega_0$  la pulsation propre du circuit.

13. Calculer numériquement  $R$  :

A)  $R = 0,002 \Omega$

B)  $R = 0,2 \Omega$

C)  $R = 5 \Omega$

D)  $R = 500 \Omega$

14. Que peut-on dire de la pseudo-pulsation  $\omega_a$  ?

A)  $\omega_a \approx \omega_0 \left(1 - \frac{1}{8Q^2}\right)$

C)  $\omega_a = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{4Q^2}\right)^{1/2}$

B)  $\omega_a \approx \frac{\omega_0}{Q}$

D)  $\omega_a \approx Q\omega_0$

15. Que valent l'intensité  $i(0^+)$  et la tension  $u_C(0^+)$  à l'instant  $t = 0^+$  succédant immédiatement à l'ouverture de  $K$  ?

A)  $i(0^+) = 0$

B)  $i(0^+) = \frac{E}{R}$

C)  $u_C(0^+) = 0$

D)  $u_C(0^+) = E$

16. La tension aux bornes du condensateur évolue selon :

$$u_C(t) = \exp\left(-\frac{t}{2\tau_e}\right) [A \cos(\omega_a t) + B \sin(\omega_a t)]$$

$A$ ,  $B$  et  $\tau_e$  étant des constantes temporelles. Exprimer  $A$  :

A)  $A = E$

B)  $A = -E$

C)  $A = 0$

D)  $A = \frac{E}{2}$

17. Exprimer  $B$  :

A)  $B = \frac{E}{\omega_a} \left( \frac{1}{RC} - \frac{1}{2\tau_e} \right)$

C)  $B = \frac{E}{RC\omega_a}$

B)  $B = 0$

D)  $B = \frac{E}{2\omega_a\tau_e}$

18. On attend suffisamment longtemps que le régime s'établisse puis, à un instant pris comme nouvelle origine temporelle, on ferme  $K$ . On retiendra, par convention, comme durée du régime transitoire, la durée nécessaire pour que  $i$  atteignent 95% de sa valeur finale (on indique que  $\ln 20 \approx 3$ ). Déterminer la durée  $\tau_{rt}$  du régime transitoire succédant à la fermeture de  $K$ .

A)  $\tau_{rt} \approx \frac{3L}{R}$

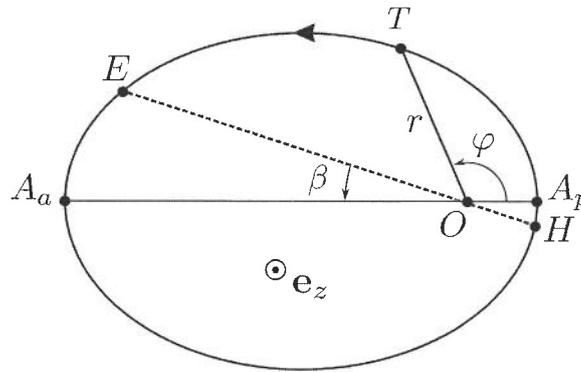
B)  $\tau_{rt} \approx 3RC$

C)  $\tau_{rt} \approx 30 \text{ ms}$

D)  $\tau_{rt} \approx 300 \mu\text{s}$

## Mécanique

La Terre, assimilée à un corpuscule  $T$  de masse  $M_T$ , possède une orbite elliptique dans le référentiel héliocentrique. Ce dernier, supposé galiléen, est centré sur le Soleil de masse  $M_S$ , placé en  $O$ . On note  $A_p$  et  $A_a$  les positions orbitales extrêmes de  $T$  : le périhélie  $A_p$  et l'aphélie  $A_a$ . On repère la position de  $T$  à l'aide du système de coordonnées polaires de centre  $O$  :  $r = OT$  et  $\varphi = \widehat{A_pOT}$ . Les angles sont orientés dans le sens de parcours de la trajectoire, le vecteur  $\mathbf{e}_z$  étant orthogonal au plan orbital (Fig. ci-après).



On pose  $r_p = OA_p$  et  $r_a = OA_a$  et on note  $G$  la constante de Newton (dite de gravitation universelle). On introduit  $v_p$  et  $v_a$  les vitesses de  $T$  respectivement en  $A_p$  et  $A_a$ . Sur la figure précédente, on a représenté la position  $H$  occupée par la Terre au début de l'hiver (solstice d'hiver), ainsi que la position  $E$  occupée par la Terre au début de l'été (solstice d'été) à l'aide de l'angle  $\beta = \widehat{EOA_a} = \widehat{HOA_p} \approx 12,2^\circ$ .

L'origine (ou référence) de l'énergie potentielle gravitationnelle est prise à l'infini et on note  $\mathcal{E}_m$  l'énergie mécanique de  $T$  dans le référentiel héliocentrique.

On note  $\mathbf{L}_O$  le moment cinétique de  $T$  en  $O$  et on introduit  $L_z = \mathbf{L}_O \cdot \mathbf{e}_z$ .

19. Que peut-on affirmer?

A)  $r_p v_p = r_a v_a$

B)  $r_p^2 v_p = r_a^2 v_a$

C)  $\mathcal{E}_m(A_p) \neq \mathcal{E}_m(A_a)$

D)  $\mathcal{E}_m(A_p) = \mathcal{E}_m(A_a)$

20. Exprimer  $v_a$ .

A)  $v_a = \left( \frac{GM_S}{r_a} \right)^{1/2}$

B)  $v_a = \left( \frac{GM_T}{r_a + r_p} \right)^{1/2}$

C)  $v_a = \left( \frac{2GM_S r_a}{r_p} \right)^{1/2}$

D)  $v_a = \left[ \frac{2GM_S r_p}{r_a(r_a + r_p)} \right]^{1/2}$

21. Exprimer  $L_z$  :

- A)  $L_z = M_T \left[ \frac{GM_S(r_a + r_p)}{2} \right]^{1/2}$       C)  $L_z = M_T \left( \frac{GM_S r_a r_p}{r_a + r_p} \right)^{1/2}$   
 B)  $L_z = M_T \left[ \frac{2GM_S r_a r_p}{r_a + r_p} \right]^{1/2}$       D)  $L_z = M_T [2GM_S(r_a + r_p)]^{1/2}$

22. L'équation polaire de la trajectoire de la Terre est la suivante :

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}$$

où  $e$  et  $p$  sont deux constantes temporelles indépendantes de  $r$  et  $\varphi$ . Sachant que  $e \ll 1$ , que peut-on affirmer ?

- A)  $\frac{L_z}{M_T} \approx p^2 (1 + e \cos \varphi) \dot{\varphi}$       C)  $\frac{L_z}{M_T} \approx p^2 (1 + 2e \cos \varphi) \dot{\varphi}$   
 B)  $\frac{L_z}{M_T} \approx p^2 (1 - e \cos \varphi) \dot{\varphi}$       D)  $\frac{L_z}{M_T} \approx p^2 (1 - 2e \cos \varphi) \dot{\varphi}$

23. On rappelle l'égalité suivante, dans laquelle  $g'(\varphi)$  désigne la dérivée d'une fonction  $g(\varphi)$  par rapport à  $\varphi$  :

$$g'(\varphi) \dot{\varphi} = \frac{d}{dt} [g(\varphi)]$$

ainsi que la relation :

$$\int_0^{\tau_1} dt = \tau_1$$

En déduire la durée  $\tau_1$  nécessaire pour que  $T$  passe de  $H$  à  $E$ , c'est-à-dire, la durée qui s'écoule entre le solstice d'hiver et le solstice d'été.

- A)  $\tau_1 \approx \frac{p^2 M_T}{L_z} (\pi - 4e \sin \beta)$       C)  $\tau_1 \approx \frac{p^2 M_T}{L_z} (\pi + 4e \sin \beta)$   
 B)  $\tau_1 \approx \frac{p^2 M_T}{L_z} (\pi - 2e \sin \beta)$       D)  $\tau_1 \approx \frac{p^2 M_T}{L_z} (\pi + 2e \sin \beta)$

24. De même, exprimer la durée  $\tau_2$  nécessaire pour que  $T$  passe de  $E$  à  $H$ , c'est-à-dire, la durée qui s'écoule entre le solstice d'été et le solstice d'hiver.

- A)  $\tau_2 \approx \frac{p^2 M_T}{L_z} (\pi - 4e \sin \beta)$       C)  $\tau_2 \approx \frac{p^2 M_T}{L_z} (\pi + 4e \sin \beta)$   
 B)  $\tau_2 \approx \frac{p^2 M_T}{L_z} (\pi - 2e \sin \beta)$       D)  $\tau_2 \approx \frac{p^2 M_T}{L_z} (\pi + 2e \sin \beta)$

---

## Thermodynamique

Un moteur thermique à air fonctionne en cycle fermé au cours duquel  $n$  moles d'air, assimilées à un gaz parfait, subissent entre quatre états  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  et  $E_4$  les transformations réversibles suivantes :

- $E_1 \rightarrow E_2$  une compression isentropique ;
- $E_2 \rightarrow E_3$  une compression isochore ;
- $E_3 \rightarrow E_4$  une détente isentropique ;
- $E_4 \rightarrow E_1$  une détente isochore.

On désigne par  $p_k$ ,  $V_k$  et  $T_k$  les pressions, volumes et températures des états  $E_k$ , où  $k = 1, 2, 3$  ou  $4$ . On pose  $V_M = V_1 = V_4$  et  $V_m = V_2 = V_3$  et on introduit le facteur de compression  $a = V_M/V_m$ .

On note  $R$  la constante des gaz parfaits et  $\gamma = C_{pm}/C_{vm}$ , le rapport de la capacité thermique molaire à pression constante sur la capacité thermique molaire à volume constant. On note respectivement  $Q$  et  $W$  la chaleur (transfert thermique) et le travail (transfert mécanique) algébriquement reçu par le gaz au cours d'un cycle et  $Q_{ij}$  et  $W_{ij}$  respectivement la chaleur et le travail algébriquement reçu par le gaz lors de la transformation menant de l'état  $E_i$  à l'état  $E_j$ .



31. On note  $\Phi$  le flux du champ magnétique à travers le circuit et  $\Phi_0$  sa valeur particulière lorsque  $\theta = 0$ . En exprimant  $\Phi$  en fonction notamment de  $\Phi_0$ , déterminer à l'aide de la loi de Faraday la force électromotrice  $e$  induite dans le circuit lors du mouvement du pendule.

A)  $e = -\frac{\ell^2 B_0}{2} \dot{\theta}$       B)  $e = \frac{\ell^2 B_0}{2} \dot{\theta}$       C)  $e = \ell^2 B_0 \dot{\theta}$       D)  $e = \frac{\ell^2 B_0}{4} \dot{\theta}$

32. Établir l'expression de l'intensité du courant électrique.

A)  $i = \frac{\ell^2 C B_0}{2} \dot{\theta}$       B)  $i = \frac{\ell^2 C B_0}{2} \ddot{\theta}$       C)  $i = \ell^2 C B_0 \dot{\theta}$       D)  $i = -\ell^2 C B_0 \ddot{\theta}$

33. Exprimer le moment  $M_{L,O}$  en  $O$  des forces de Laplace qui s'exercent sur la tige.

A)  $M_{L,O} = -i B_0 \ell^2 \mathbf{e}_z$       B)  $M_{L,O} = -\frac{i B_0 \ell^2}{4} \mathbf{e}_z$       C)  $M_{L,O} = \frac{i B_0 \ell^2}{2} \mathbf{e}_z$       D)  $M_{L,O} = -\frac{i B_0 \ell^2}{2} \mathbf{e}_z$

34. L'équation du mouvement se met sous la forme suivante :

$$\ddot{\theta} + \omega_1^2 \sin \theta = 0$$

où  $\omega_1$  est une constante temporelle. Déterminer  $\omega_1$ .

A)  $\omega_1 = \left(\frac{g}{\ell}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\ell^2 B_0^2 C}{2m}\right)^{-1/2}$       C)  $\omega_1 = \left(\frac{g}{\ell}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\ell^2 B_0^2 C}{4m}\right)^{-1/2}$   
 B)  $\omega_1 = \left(\frac{g}{\ell}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{\ell^2 B_0^2 C}{4m}\right)^{-1/2}$       D)  $\omega_1 = \left(\frac{g}{\ell}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{2\ell^2 B_0^2 C}{m}\right)^{-1/2}$

35. On suppose  $\theta_0 \ll 1$ . L'intensité du courant électrique obéit à l'équation suivante :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \omega_2^2 i = 0$$

où  $\omega_2$  est une constante temporelle. Déterminer  $\omega_2$ .

A)  $\omega_2 = 0$       B)  $\omega_2 = \omega_1$       C)  $\omega_2 = 2\omega_1$       D)  $\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$

36. Calculer numériquement  $\omega_1$  :

A)  $\omega_1 \approx 1 \text{ rad.s}^{-1}$       B)  $\omega_1 \approx 2,3 \text{ rad.s}^{-1}$       C)  $\omega_1 \approx 5 \text{ rad.s}^{-1}$       D)  $\omega_1 \approx 12 \text{ rad.s}^{-1}$





ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

J. 20 1117

**SESSION 2020**

# **CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE**

---

## **ÉPREUVE D'ANGLAIS**

---

**Durée : 2 Heures  
Coefficient : 1**

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 1 page de consignes (recto),
- 8 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 8.

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT  
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**



**ÉPREUVE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS***A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT*

L'épreuve obligatoire d'Anglais de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

- 1) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à bille ou feutre à encre foncée : bleue ou noire. Vous devez **cocher ou noircir** complètement la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.
- 2) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 3) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.
- 4) Si vous voulez corriger votre réponse, n'utilisez pas de correcteur mais indiquez la nouvelle réponse sur la ligne de repentir.
- 5) Le sujet comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.
- 6) Dans cette épreuve, chaque question ne comporte qu'une seule bonne réponse ; ne noircissez donc jamais 2 cases, il vous serait attribué automatiquement zéro pour cette question.



Les extraits ci-dessous abordent des thèmes divers tirés de l'actualité. Pour chaque phrase numérotée, vous devez choisir le mot ou l'expression correcte et noircir la case correspondante sur la feuille de réponses.

## Italy storms kill 11 and floods inundate St Mark's Basilica

Violent storms battered Italy for a third (1) \_\_\_\_\_ day on Tuesday, killing at least 11 people, and flooding (2) \_\_\_\_\_ of Venice. The lagoon city's St Mark's Square remained under water for a second day while the adjacent St Mark's Basilica was inundated, its baptistery totally flooded and its mosaic floors (3) \_\_\_\_\_ by 90cm (2ft 11in) of water.

Italian media said it was the second time this century that the basilica (4) \_\_\_\_\_ flooded, and just the fifth time there had been (5) \_\_\_\_\_ high water within the body of the cathedral in the structure's 1,000-year history.

Widespread (6) \_\_\_\_\_ was also reported in towns and cities in the north, south and centre of Italy. Many of the 11 deaths were caused by falling trees as winds as strong as 90mph whipped the country. One of the (7) \_\_\_\_\_ hit regions was Liguria in the north-west. Local media said a yacht (8) \_\_\_\_\_ by the family of former Prime Minister Silvio Berlusconi was one of those badly damaged.

The nearby resort town of Portofino was cut (9) \_\_\_\_\_ by a landslide while video showed seawater pouring through the picturesque fishing village of Vernazza further to the south. The weather was expected to (10) \_\_\_\_\_ late on Tuesday and on Wednesday "giving the country a truce", an official from the civil protection agency told Reuters.

- |    |             |              |               |               |                    |
|----|-------------|--------------|---------------|---------------|--------------------|
| 1  | a) next     | b) following | c) continuing | d) proceeding | e) consecutive     |
| 2  | a) much     | b) majority  | c) proportion | d) minority   | e) less            |
| 3  | a) spread   | b) covered   | c) drowned    | d) sank       | e) disturbed       |
| 4  | a) has been | b) was being | c) had been   | d) would be   | e) would have been |
| 5  | a) so       | b) such      | c) more       | d) less       | e) most            |
| 6  | a) destruct | b) wreckage  | c) rubble     | d) damage     | e) remains         |
| 7  | a) hard     | b) more hard | c) hardest    | d) less hard  | e) least hard      |
| 8  | a) own      | b) owns      | c) owned      | d) owning     | e) would own       |
| 9  | a) on       | b) off       | c) in         | d) out        | e) up              |
| 10 | a) develop  | b) progress  | c) regress    | d) improve    | e) move forward    |

## Will Africa's first high-speed train be a £1.5bn magic bullet?

Today, once-glitzy Tangier is not the destination it was half a century (11) \_\_\_\_\_, when renowned artists and foreign spies haunted its bars and hotels. However, the city's fortunes may soon shift. A new high-speed railway, the first in Africa, was inaugurated last month, linking the cities (12) \_\_\_\_\_ Morocco's western edge. "In two hours, it will take you from Casablanca to here," says Jimmy – more than twice as fast (13) \_\_\_\_\_ the current trains.

Officials believe the timing is right for the \$2bn (£1.56bn) endeavour, a form of infrastructure that amounts to a formidable (14) \_\_\_\_\_ commitment for a lower-middle-income country. Less a mode of transport than a symbol of progress, the French-built bullet train is intended to notify the world – and the world's foreign investors – that Morocco has arrived. "The government sees this as a (15) \_\_\_\_\_ project that enables Morocco to shine in Africa," says Riccardo Fabiani, a geopolitical analyst who studies the region. "The prestige factor is important."

That factor (16) \_\_\_\_\_ the attention of other African countries, some of whom see such flashy infrastructure projects as a way to lure investment from (17) \_\_\_\_\_. "In French, it's called les grands chantiers, the closest translation of which is 'grand design'," says Zouhair Ait Benhamou, a PhD candidate at Paris Nanterre University who studies large-scale public works projects. Countries from Laos to Sri Lanka have embraced this model, (18) \_\_\_\_\_ big bets on expensive infrastructure financed by loans from offshore investors, often with mixed results.

Critics say that the blockbuster projects mask a ground-level sense of stagnation. Schools are overcrowded and ill-equipped, and there is only one doctor (19) \_\_\_\_\_ 1,600 residents – less than half as many as in next-door Algeria – putting the country at (20) \_\_\_\_\_ of a public health crisis.

- |    |             |              |              |                |                  |
|----|-------------|--------------|--------------|----------------|------------------|
| 11 | a) after    | b) since     | c) ago       | d) for         | e) past          |
| 12 | a) between  | b) along     | c) during    | d) coastal     | e) throughout    |
| 13 | a) as       | b) than      | c) to        | d) for         | e) equal         |
| 14 | a) finance  | b) financed  | c) financial | d) financially | e) unfinanced    |
| 15 | a) flagship | b) royal     | c) standard  | d) represent   | e) golden        |
| 16 | a) catching | b) catch     | c) to catch  | d) has caught  | e) was catching  |
| 17 | a) foreign  | b) countries | c) abroad    | d) strangers   | e) international |
| 18 | a) place    | b) placed    | c) to place  | d) placing     | e) displace      |
| 19 | a) each     | b) every     | c) per       | d) by          | e) to            |
| 20 | a) danger   | b) security  | c) safety    | d) warning     | e) risk          |

## Brazil: gunman kills four during mass at cathedral

A man opened fire in a cathedral in southern Brazil after mass on Tuesday, (21) \_\_\_\_\_ four and leaving four others injured before turning a gun on himself, authorities said. The incident happened at the Metropolitan Cathedral in Campinas, a city about 60 miles (100km) north of São Paulo. Police identified the shooter as Euler Fernando Gandolfo, 49, a systems analyst with (22) \_\_\_\_\_ criminal record.

Gandolfo entered the cathedral and sat down (23) \_\_\_\_\_ mainly elderly worshippers who remained to pray after midday mass. "I suddenly saw a man stand up, take position in front of a couple and shoot them point blank. I ran out fast and he continued firing, many shots," said Pedro Rodrigues, a 66-year-old (24) \_\_\_\_\_

"It was frightful," said another witness, Alexandre Moraes, on GloboNews channel. "He shot (25) \_\_\_\_\_ at people. They were all praying. «The Campinas police chief, Jose Henrique Ventura, said security cameras showed Gandolfo walk into the cathedral and sit down. A little later, he started shooting at people. Police in the plaza outside (26) \_\_\_\_\_ in when they heard the shots, Ventura told a news conference.

The gunman ran to the altar while firing at police and was hit in the side. He fell to the ground and shot (27) \_\_\_\_\_ in the head, Ventura said. Gandolfo had two guns with 28 rounds left when he died. Four injured were taken to local hospitals but were out of danger. Police have not (28) \_\_\_\_\_ a motive. While Brazil leads the world in total annual homicides, mass shootings are relatively (29) \_\_\_\_\_. The rise in armed violence helped far-right politician Jair Bolsonaro win October's presidential election, vowing to crack (30) \_\_\_\_\_ on corruption, drug gangs and crime in the streets of Brazilian cities.

- |    |            |             |              |               |                |
|----|------------|-------------|--------------|---------------|----------------|
| 21 | a) kill    | b) kills    | c) killed    | d) was killed | e) killing     |
| 22 | a) no      | b) some     | c) any       | d) few        | e) little      |
| 23 | a) among   | b) circling | c) between   | d) siding     | e) surrounding |
| 24 | a) retire  | b) retiree  | c) retired   | d) retirement | e) retreat     |
| 25 | a) random  | b) randomly | c) by chance | d) unlucky    | e) unluckily   |
| 26 | a) broke   | b) entered  | c) rushed    | d) forced     | e) attacked    |
| 27 | a) him     | b) his      | c) himself   | d) forward    | e) backward    |
| 28 | a) decided | b) searched | c) resolved  | d) put out    | e) established |
| 29 | a) often   | b) frequent | c) usual     | d) rare       | e) common      |
| 30 | a) over    | b) under    | c) out       | d) up         | e) down        |

## Climate accord 'inadequate' and lacks urgency, experts warn

The world has been put on notice that its best efforts so far (31) \_\_\_\_\_ fail to halt the devastation of climate change, as countries came to a partial agreement at UN talks that failed to match up to the challenges (32) \_\_\_\_\_.

Nicholas Stern, the former World Bank chief economist and author of a seminal review of the economics of climate change, said: "It is clear that the progress we (33) \_\_\_\_\_ is inadequate, given the scale and urgency of the risks we face. The latest figures show carbon dioxide emissions are (34) \_\_\_\_\_ rising. A much more attractive, clean and efficient path for economic development and poverty reduction is in our hands."

Johan Rockstrom, director designate at the Potsdam Institute for Climate Impact Research, said: "My biggest concern is that the UN talks failed to align ambitions with science. We continue to follow a path that will take us to a very dangerous 3-4°C warmer world (35) \_\_\_\_\_ this century. Extreme weather events hit people across the planet (36) \_\_\_\_\_, at only 1°C of warming."

The two-week-long UN talks in Poland ended with clarity over the "rulebook" that will govern (37) \_\_\_\_\_ the Paris agreement of 2015 is put into action, but the crucial question of how to lift governments' targets to reduce greenhouse gas emissions was left (38) \_\_\_\_\_.

Countries will meet again next year. The annual climate talks (39) \_\_\_\_\_ going on since 1992 when the UN framework convention on climate change (40) \_\_\_\_\_, binding governments to avoid dangerous levels of climate change. That agreement followed years of scientific predictions on global warming, culminating in a landmark report in 1988 that warned of the dangers.

- |    |            |               |               |               |                |
|----|------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| 31 | a) will    | b) won't      | c) should     | d) shouldn't  | e) going to    |
| 32 | a) met     | b) faced      | c) raised     | d) fought     | e) succeeded   |
| 33 | a) make    | b) are making | c) will make  | d) had made   | e) would make  |
| 34 | a) already | b) yet        | c) since      | d) for        | e) still       |
| 35 | a) after   | b) before     | c) within     | d) into       | e) onto        |
| 36 | a) already | b) yet        | c) since      | d) for        | e) still       |
| 37 | a) why     | b) where      | c) how        | d) which      | e) what        |
| 38 | a) replied | b) unrealized | c) treated    | d) answered   | e) unanswered  |
| 39 | a) was     | b) were       | c) has been   | d) have been  | e) had been    |
| 40 | a) signing | b) is signed  | c) are signed | d) was signed | e) were signed |

## Drunk passengers warned of hefty fines in UK aviation campaign

Drunk passengers have been warned they (41) \_\_\_\_\_ face fines of up to £80,000 should a plane have to divert because of disruptive behaviour. Ministers have backed a campaign from the aviation industry to tackle problem drinking, which airlines say shows no sign of abating, (42) \_\_\_\_\_ previous initiatives. Early morning bar openings and duty free sales at airports have been (43) \_\_\_\_\_ by airlines for a series of costly and potentially dangerous incidents in the air.

The One Too Many campaign, (44) \_\_\_\_\_ highlights the problems a drunk passenger can cause, will target holidaymakers at airports across Britain this summer. (45) \_\_\_\_\_ reminding passengers they can be denied boarding if inebriated, an offence on a plane, it warns that penalties could include up to two years in prison and being (46) \_\_\_\_\_ from future flights, as well as hefty fines for diverting a plane.

The aviation minister, Lady Sugg, launched the campaign on (47) \_\_\_\_\_ was expected to be the busiest day of the summer for UK air travel, with almost 9,000 departing flights. Sugg said on Friday: "Disruptive passengers have the potential to ruin other people's flights, and this campaign is an important new step to ensure all passengers are aware of the (48) \_\_\_\_\_ they face if they behave disruptively after drinking before or on board a flight."

Civil Aviation Authority figures (49) \_\_\_\_\_ 417 flights were affected by serious passenger misconduct last year. Rafael Schwartzman, of the International Air Transport Association, said: "(50) \_\_\_\_\_ we should remember that disruptive passenger incidents are still relatively rare, they rank in the top three concerns of cabin crew, and any incident is one too many.

- |    |             |             |               |                |                 |
|----|-------------|-------------|---------------|----------------|-----------------|
| 41 | a) should   | b) must     | c) ought to   | d) have to     | e) could        |
| 42 | a) in spite | b) despite  | c) regarding  | d) regardless  | e) concerning   |
| 43 | a) blamed   | b) accused  | c) incited    | d) invoked     | e) charged      |
| 44 | a) who      | b) which    | c) that       | d) what        | e) whose        |
| 45 | a) Also     | b) Addition | c) As well as | d) Together    | e) The same as  |
| 46 | a) banned   | b) expelled | c) distanced  | d) ejected     | e) eliminated   |
| 47 | a) who      | b) which    | c) that       | d) what        | e) whose        |
| 48 | a) causes   | b) reasons  | c) inquiries  | d) convictions | e) consequences |
| 49 | a) showed   | b) showing  | c) shows      | d) are showing | e) have showed  |
| 50 | a) When     | b) What     | c) Where      | d) While       | e) How          |

## Cycles for cigarettes: city gives bikes to children if a relative quits

Standing on the street in the centre of Kilis, a small Turkish city on the border with Syria, a constant stream of noisy motorcycles, scooters and cars zoom past. It is certainly not the most bicycle-friendly city, but local leaders are (51) \_\_\_\_\_ to change that with a new network of cycle lanes, and by giving away thousands of bikes to local children.

Since the outbreak of the Syrian civil war seven years ago, millions of Syrians have (52) \_\_\_\_\_ shelter in Turkey. While there are refugee camps lining the border, most refugees opt to live in cities such as Kilis. The population of Syrian refugees now (53) \_\_\_\_\_ the number of locals here and Arabic (54) \_\_\_\_\_ as much, if not more, than Turkish.

(55) \_\_\_\_\_ to doubling the city's population to 260,000 almost overnight, the war across the border cast a dark cloud of fear in 2016 when Isis bombarded Kilis with rocket attacks from the Syrian side. Some 21 people died and (56) \_\_\_\_\_ more were injured.

Today, a sense of normality (57) \_\_\_\_\_ returned to the city. The mayor, Hasan Kara, wants Kilis to be viewed not as a place torn by conflict, but one that has graciously opened its doors to refugees. As part of that, Kara has embarked on a series of civic and infrastructure projects aimed at creating a livable (58) \_\_\_\_\_. Perhaps the most unusual is a scheme to give thousands of free bicycles to the city's children. To get a bike, children (59) \_\_\_\_\_ meet three requirements: they have to get a smoker relative to quit, maintain strong grades while improving a weak area of study, and promise to ride for an hour a day. "So far, we have (60) \_\_\_\_\_ more than 4,000 bicycles, and our target is to give out at least 15,000," Kara explains as we talk in his office in a restored historical building near the centre.

- 51 a) wanted      b) decided      c) motivated      d) volunteer      e) determined
- 52 a) looked      b) sought      c) reached      d) moved      e) realized
- 53 a) passes      b) exceeds      c) grows      d) climbs      e) follows
- 54 a) hear      b) hearing      c) heard      d) is heard      e) was heard
- 55 a) Also      b) In addition      c) Together      d) As well as      e) And
- 56 a) few      b) little      c) any      d) much      e) many
- 57 a) has      b) have      c) is      d) are      e) was
- 58 a) climate      b) weather      c) ambience      d) surround      e) environment
- 59 a) might      b) may      c) must      d) could      e) need
- 60 a) sold      b) lent      c) distributed      d) gathered      e) furnished

## Train crash in Belgium leaves three dead and nine injured

At least three people (61) \_\_\_\_\_ killed and nine injured in a high-speed train crash in eastern Belgium. A fast-moving passenger train slammed into the back of a goods train on the same track on Sunday night, Frédéric Sacré, a spokesperson for Belgian railway infrastructure manager Infrabel, said. Nine passengers were injured to varying degrees, with some described as being in a (62) \_\_\_\_\_ condition by authorities during a press briefing near the crash scene. The train was travelling eastwards on the Namur-Liège line when the accident (63) \_\_\_\_\_ in Saint-Georges-sur-Meuse area at 11pm local time.

“The passenger train is really in a bad way, it’s stunning,” said Francis Dejon, mayor of Saint-Georges-sur-Meuse. “The front carriage is scrunched back up on itself. We were very lucky not to have more (64) \_\_\_\_\_,” he told the Belga news agency. “Two of the six carriages derailed and are lying on the tracks,” Infrabel and the National Railway Company of Belgium (SNCB) said in a (65) \_\_\_\_\_ statement.

Belga said the collision had been “very violent”, (66) \_\_\_\_\_ that fire and police services had been dispatched from Liège, with several passengers having to be extracted from the (67) \_\_\_\_\_. A passenger on board described the scene as “chaos” to the local daily newspaper L’Avenir, saying the front two carriages (68) \_\_\_\_\_ destroyed. The accident’s circumstances were not immediately clear, with questions remaining over whether the passenger train (69) \_\_\_\_\_ brake before the crash.

In February 2010, 18 people were killed and 95 injured when two trains (70) \_\_\_\_\_ in a Brussels suburb in one of Europe’s deadliest railway accidents of the past decade.

- 61 a) is                      b) are                      c) has been                      d) have been                      e) had been
- 62 a) critical                      b) critic                      c) dangerous                      d) threaten                      e) threatening
- 63 a) placed                      b) made                      c) collided                      d) carried out                      e) occurred
- 64 a) bodies                      b) victims                      c) injury                      d) recoveries                      e) survivors
- 65 a) joint                      b) together                      c) team                      d) unity                      e) merged
- 66 a) add                      b) adds                      c) added                      d) adding                      e) has added
- 67 a) carcass                      b) shell                      c) wreckage                      d) destroyed                      e) destruction
- 68 a) will be                      b) would be                      c) have been                      d) had been                      e) were being
- 69 a) can                      b) was able to                      c) may                      d) might                      e) should have
- 70 a) ran into                      b) hit                      c) collided                      d) hurt                      e) slammed

## Serial rabbit-killer terrorizes picturesque Brittany village

A serial rabbit-killer who has been spreading terror (71) \_\_\_\_\_ a picturesque village in Brittany has struck again. Police were called after the bodies of seven rabbits were discovered (72) \_\_\_\_\_ and dumped on the ground at a home in the village of Minihy-Tréguier on the Côtes-d'Armor coast on Saturday morning.

Shocked locals had hoped the killings, which reportedly began in March, had stopped after several weeks passed (73) \_\_\_\_\_ any animals being killed. Officers say the mystery killer leaves few if any (74) \_\_\_\_\_ but has the same modus operandi each time: he or she sneaks into private gardens at night, takes the rabbits from their hutches and either stabs them with a needle or sharp object or crushes them underfoot. The bodies are then left on the ground.

"It's frightening. If they can attack defenseless animals like rabbits, they could very well, (75) \_\_\_\_\_, attack people, particularly the elderly," Annick, a villager, told the Le Télégramme newspaper. A neighbour, Isabelle, added: "You have to be sick to do something like this to animals. I mean, it's not even to eat them." Eugène and Marie-Françoise L'Hévéder, aged 80 and 77, have lost 20 rabbits in four separate attacks. "We've been raising rabbits for 55 years and it's the first time we've had (76) \_\_\_\_\_ like this happen. We are completely lost. We ask ourselves who could do something like this," Eugène L'Hévéder told the newspaper.

Jean-Yves Fenvarc'h, the mayor of Minihy-Tréguier, population 1,320, where the rabbit killer (77) \_\_\_\_\_ several times, said 10 rabbit-keepers had been targeted, some of them more than once. "The victims are often (78) \_\_\_\_\_ who have a vegetable garden, (rabbit) hutches and chickens. It is their passion, their hobby. It's sad," he told France 3 television.

The killings have echoes of the (79) \_\_\_\_\_ of the Croydon cat killer, a three-year investigation into the mutilation of cats found around south London with their heads and tails removed. In that case, Scotland Yard declared foxes to be the most likely (80) \_\_\_\_\_.

- |    |             |                |               |               |                 |
|----|-------------|----------------|---------------|---------------|-----------------|
| 71 | a) among    | b) around      | c) between    | d) over       | e) under        |
| 72 | a) injured  | b) bloodied    | c) died       | d) attacked   | e) slaughtered  |
| 73 | a) with     | b) within      | c) without    | d) withdraw   | e) by           |
| 74 | a) evidence | b) proof       | c) signs      | d) clues      | e) indications  |
| 75 | a) one day  | b) next day    | c) a day      | d) next night | e) a night      |
| 76 | a) nothing  | b) anything    | c) everything | d) somebody   | e) nobody       |
| 77 | a) strike   | b) will strike | c) has struck | d) had struck | e) would strike |
| 78 | a) elderly  | b) retired     | c) old age    | d) older      | e) pensioners   |
| 79 | a) mystery  | b) crime       | c) inquiry    | d) myth       | e) history      |
| 80 | a) guilty   | b) victim      | c) culprit    | d) criminal   | e) blamed       |