

## Rapport sur l'épreuve orale de Mathématiques

### **Déroulement de l'oral.**

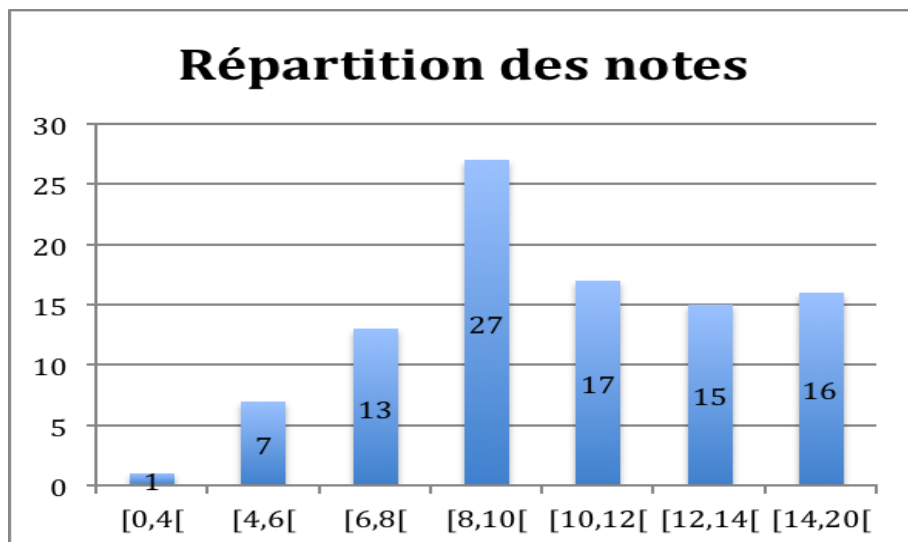
Les épreuves d'oral de Mathématiques se sont déroulées dans les locaux d'Agro-Paris Tech du 11 au 16 juin 2018.

L'épreuve a conservé le même format que l'année précédente, en 2017. Le candidat se voit attribuer un exercice de mathématiques, le plus souvent appliqué à la résolution d'un problème concret. Il dispose de 30 minutes de préparation (dans une salle dédiée) pour laquelle il dispose de brouillon, d'une calculatrice et d'un ordinateur dont il peut s'aider librement (équipé d'un tableur, de Geogebra et d'un environnement de programmation Python ; la liste des logiciels installés sur l'ordinateur est disponible sur le site internet du service des concours). L'exercice ne se voulant pas théorique, le candidat peut être amené à tracer et/ou interpréter une courbe, un tableau de résultats chiffrés, une simulation de l'expérience par ordinateur etc. A la fin de ces 30 minutes, il sauvegarde s'il y a lieu son travail informatique sur une clé usb (fournie), et passe dans la salle d'interrogation pour l'oral à proprement parler, qui dure un peu moins de 30 minutes. Au cours de cet oral, le candidat est alors interrogé sur l'exercice. Il dispose pour cela, d'un tableau, ainsi que d'un ordinateur (identique à celui de la salle de préparation) avec vidéoprojecteur. Il est impératif que le candidat pense à sauvegarder sur la clé les fichiers informatiques réalisés, s'il en est ; l'examineur ne disposant d'aucun accès au poste ayant servi à la préparation.

Au cours de l'oral, l'examineur peut poser quelques questions de cours (définitions, énoncé d'un théorème...) afin de sonder les connaissances du candidat sur le sujet qu'il traite.

Concernant les visiteurs extérieurs, cette année encore de nombreux visiteurs --principalement des étudiants en première ou deuxième année TB-- ont pu assister aux oraux. Il est impératif qu'ils respectent les horaires et salles autorisées. Concernant la procédure, les visiteurs doivent attendre devant la salle d'examen, et y pénétrer en même temps que le candidat, munis de l'autorisation délivrée par le SCAV et d'une pièce d'identité. L'examineur s'occupe d'abord de faire émarger le candidat après avoir vérifié ses convocation et pièce d'identité, avant de vérifier les autorisations requises des visiteurs extérieurs. Le candidat est libre de refuser la présence de visiteurs, s'il juge que cela peut affecter sa prestation.

## Remarques générales



Les notes s'étalent de 2 à 17,5, avec une moyenne d'environ 10,3, un écart-type d'environ 3,3 et une médiane à 10 ; environ 22% des candidats ont eu une note strictement inférieure à 8, montrant des faiblesses sur des points fondamentaux du programme, et 28% d'autres, avec des notes entre 8 et 10 exclu, ont montré un niveau jugé assez insuffisant. La moitié des candidats ont une note en dessous de la moyenne, et plus de 30% une note supérieure ou égale à 12/20. Les bons candidats (note supérieure ou égale à 14) représentent 1/6<sup>ème</sup> des candidats cette année.

Rappelons aux candidats que pour avoir une bonne note, il n'est pas nécessaire de traiter intégralement et parfaitement l'exercice. De plus, l'épreuve de mathématiques est avant tout un oral et, à ce titre, les échanges entre le candidat et l'examineur sont importants. Ainsi, de bonnes réponses aux questions orales et une bonne réactivité du candidat face aux remarques de l'examineur sont des qualités valorisées, pouvant faire la différence entre des candidats de niveau équivalent.

Rappelons également l'importance de la gestion du temps. Certains candidats n'ont réfléchi durant leur temps de préparation que sur une partie du sujet, les obligeant à aborder l'autre partie en direct au tableau, ce qui est toujours délicat. La gestion du temps au tableau est également importante. Certains candidats passent de longues minutes à tout écrire dans les moindres détails, ce qui ne leur permet pas de finir dans le temps imparti. Des candidats écrivent leur nom au tableau, comme dans une khôlle, ou récitent l'énoncé, ce qui constitue une perte de temps bien inutile. À l'inverse, d'autres se contentent de quelques rapides affirmations et donnent des résultats sans justification correcte, ce qui dévalorise leur prestation. Le candidat a toute liberté d'utiliser l'outil informatique pour effectuer des calculs ou des simulations et le jury valorise dans la notation un usage correct et approprié de l'outil Informatique, et une bonne lecture du code informatique.

Notons qu'une bonne préparation ne saurait se passer de la maîtrise des fondamentaux du cours et des techniques employées dans les quelques rares épreuves type.

### **Remarques plus spécifiques**

- **Algèbre linéaire** : Comme les années précédentes, on constate que la plupart des candidats connaissent bien les différentes méthodes de calcul à appliquer en algèbre linéaire et se débrouillent relativement bien d'un point de vue technique (résolution de systèmes, recherche de valeurs propres, de vecteurs propres, produit et inversion de matrices).

Notons cependant que la recherche des vecteurs propres pose à certains candidats plus de difficultés. Concernant les valeurs propres, on a vu aussi des candidats calculant simplement le rang de la matrice.

Comparativement aux années précédentes, les critères de diagonalisabilité sont bien cités, et la recherche des valeurs propres d'une matrice triangulaire s'opère désormais sans calcul. Cependant, certains candidats ont tendance à penser qu'une matrice triangulaire est toujours diagonalisable, effectuant visiblement une confusion avec les matrices symétriques réelles.

Certains candidats utilisent un logiciel pour déterminer valeurs propres et vecteurs propres, ce que le jury accepte, lorsqu'il sait interpréter les résultats renvoyés et connaît la définition de ces notions ainsi qu'une méthode de calcul pour les déterminer.

Enfin, il peut être utile de vérifier les vecteurs propres trouvés (par informatique ou à la main) plutôt que de traîner durant tout l'exercice des valeurs fausses.

### **- Analyse :**

- Si de nombreux candidats savent appliquer correctement les méthodes, un petit nombre d'entre eux montre des lacunes sur les techniques élémentaires de calcul : certains ne savent pas calculer correctement avec des fractions, des puissances, des logarithmes et exponentielles, ou dériver des fonctions très simples, telles  $f(x)=ax$ , ou encore faire un calcul de limite. D'autres confondent dérivée et primitives. Certains ne savent pas arranger une expression, se perdant dans des calculs interminables truffés d'erreurs et n'aboutissant pas.

- La résolution d'une équation différentielle linéaire homogène du 1<sup>er</sup> ordre est souvent approximative

- La formule de la somme des termes d'une suite géométrique fait trop souvent défaut,

- Plus généralement, attention aux erreurs de calculs ! Beaucoup de candidats ont tendance à se précipiter et commettent d'innombrables étourderies que ce soit avec les formules de dérivation / intégration, ou dans les calculs de limites. La dérivée d'une composée notamment pose problème à beaucoup.

- Bon nombre de théorèmes généraux ne sont connus que très approximativement. Par exemple, de nombreux candidats ne sont pas capables d'énoncer correctement le théorème de la limite monotone ou le théorème de la bijection. On a vu cependant cette année certains progrès concernant le théorème de la bijection.

- De même, les fonctions usuelles (et leurs variations, leurs limites...) ne sont pas toujours bien connues, ce qui rend certaines résolutions d'exercices très laborieuses (là où il n'y a qu'à appliquer du cours).

- Certains calculs simples de limites ont posé problème. Le Théorème de croissances comparées est rarement cité correctement, ou au mieux par un vague « l'exponentielle l'emporte » ; les formes indéterminées ne sont pas toujours bien maîtrisées (on a vu des «  $0 \times \infty = 0$  » ou des F.I. «  $-\infty \times \infty$  »).
- Tous les candidats ne pensent pas à effectuer un passage à la limite dans une relation pour déterminer la limite d'une suite convergente.
- Plusieurs candidats pensent que si une suite converge elle est stationnaire.
- Toujours sur les suites, beaucoup de candidats connaissent la condition sur la limite d'une suite récurrente  $L = f(L)$  sans savoir d'où elle provient.

- **Probabilités** : Les exercices de probabilité constituent un peu plus de la moitié des exercices posés. C'est le point du programme qui semble avoir été le mieux préparé par les candidats. Les bons candidats savent reconnaître une loi usuelle et en connaissent bien les formules. Pour les aspects négatifs on retrouve globalement les mêmes problèmes qu'aux sessions précédentes :

- Les notations qui n'ont aucun sens (probabilité d'une variable aléatoire, intersections de probabilités, même nom donné à des événements distincts...).
- Confusion entre probabilité conditionnelle et probabilité d'une intersection.
- La formule des probabilités totales est parfois mal énoncée et mal appliquée. Certains candidats ne pensent pas à l'appliquer si on ne leur indique pas, Notons cependant un réel progrès quant à son application cette année. Les remarques des examinateurs semblent avoir été bien prises en compte par les préparateurs.
- La formule des probabilités composées est souvent mal connue.
- Reconnaître une loi usuelle pose problème à certains candidats qui ont tendance à voir systématiquement une loi binomiale en présence d'un schéma de Bernoulli. A contrario dans des situations où la loi n'est pas une loi usuelle du programme d'autres candidats s'évertuent à tenter de reconnaître une loi usuelle, malgré les contradictions.
- Nombreux sont les candidats ne sachant pas obtenir à partir du tableau d'une loi conjointe, les deux lois marginales.

Mais là où l'écueil des candidats est le plus évident et le plus inquiétant, c'est sur les lois sur des espaces probabilisés infinis :

- Comme dit plus haut, les candidats confondent parfois un peu la loi géométrique et la loi binomiale. Trop souvent l'univers image donné par le candidat pour une loi géométrique est  $[[0, n]]$  ! Concernant encore la loi géométrique, assez peu de candidats la reconnaissent lorsqu'on s'intéresse au nombre de coups séparant le 1<sup>er</sup> du 2<sup>ème</sup> succès, le 2<sup>ème</sup> du 3<sup>ème</sup>, etc.
- La plupart des candidats interrogés éprouvent des difficultés pour exprimer la loi de

Poisson.

Les variables à densité sont, hormis peut-être la loi uniforme, très (trop) mal maîtrisées :

- La plupart des candidats ne savent pas donner correctement les fonctions de densité ou de répartition d'une loi exponentielle.
- Même lorsque la fonction de densité d'une loi usuelle est à peu près correctement énoncée, ou donnée, l'appliquer pour calculer une probabilité ou une espérance pose de gros problèmes. Le plus souvent les candidats s'« accrochent » aux variables aléatoires discrètes

et utilisent des sommes au lieu d'intégrales.

**-Complexes :**

- Nombreux sont les candidats ne sachant pas manipuler les complexes, même dans des cas simples.

**-Usage de l'Outil informatique :** l'outil informatique à utiliser peut être de la programmation Python, le logiciel Geogebra pour le tracé d'une courbe et les variations et limites d'une fonction, Scilab/Matlab pour le calcul matriciel ou la programmation, ou le plus souvent un tableur pour la manipulation de données statistiques.

- Bon nombre de candidats font bon usage du tableur et savent utiliser de façon spontanée l'outil de régression linéaire.
- La programmation Python peut être utilisée dans une démarche exploratoire en probabilité pour simuler une loi et estimer son espérance. Le jury a valorisé son bon usage dans ce contexte. Par contre lorsque le candidat présente de trop lourdes lacunes en programmation mieux vaut s'abstenir, son usage pouvant devenir alors contre-productif.
- Parfois l'emploi d'un tableur est plus simple et approprié que la programmation en Python, pour le calcul d'une suite récurrente par exemple.
- De rares candidats ne savent pas utiliser un tableur ou ne connaissent pas l'outil Geogebra. Ce dernier logiciel est pourtant plus approprié pour le tracé de courbes que Python, dont l'usage peut être trompeur, par exemple lorsque la fonction présente une asymptote verticale.

**Conclusion**

Cette année encore, le niveau était hétérogène. Notons que les meilleurs candidats (10%) ont présenté un très bon niveau, assez remarquable. A contrario, certains candidats se présentent devant le jury sans avoir suffisamment préparé l'épreuve, se réservant sans doute pour l'année suivante ou essayant juste de « sauver les meubles » en comptant sur d'autres épreuves pour remonter leur moyenne. La plupart des candidats connaissent les méthodes et techniques de base. Malheureusement, certains les appliquent sans les comprendre. Les moins bons candidats montrent des lacunes sur la connaissance de leur cours, ou sur l'usage de notions mathématiques élémentaires (calcul, puissances, dérivation, primitivation, sommes, intégrales, équation différentielle linéaire du 1<sup>er</sup> ordre). On peut donner comme conseil aux futurs candidats de maîtriser correctement leur cours afin de le mobiliser rapidement face à un problème posé, et de privilégier la réflexion et une démarche scientifique rigoureuse. Le jury valorise avant tout une démarche mathématique construite et solide plus que la résolution du problème posé, pour lequel il est éventuellement là pour guider le bon candidat à conclure correctement.