

PHYSIQUE-CHIMIE
Analyse de documents scientifiques
Durée : 3 heures

L'usage d'une calculatrice est autorisé

Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, il doit alerter au plus tôt le chef de centre qui vérifiera et éventuellement remplacera le sujet. Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Thème : Quelques problèmes hémodynamiques de la girafe

Le long cou de la girafe a suscité plusieurs controverses parmi les spécialistes, particulièrement pour les problèmes de circulation sanguine (hémodynamique). Le but du sujet est d'examiner certains aspects de la question, notamment la pression artérielle au niveau du cœur et du cerveau ou encore le rôle exact du réseau de fines artères permettant au sang d'accéder au cerveau (le *rete mirabile caroticum*). À la fin du sujet, la discussion est brièvement étendue au cas des sauropodes (dinosaures au long cou et de taille souvent gigantesque) pour lesquels les problèmes se posent avec encore plus d'acuité. Un lexique est présenté en annexe en fin d'énoncé.

L'analyse proposée dans le sujet s'appuie sur huit documents scientifiques présentés ci-dessous. Elle mobilise également les acquis personnels dans le cadre de la préparation au concours. Le candidat est invité à lire attentivement les documents avant de répondre aux questions.

Documents scientifiques

Document 1 : Mesures de pression sanguine chez une girafe

La girafe (*Giraffa camelopardalis*) est un mammifère du groupe des artiodactyles pouvant atteindre 5,8 m de hauteur. Des mesures de pression sanguine ont été réalisées chez une girafe de taille moyenne (4,2 m de haut). Les hauteurs du cœur et du cerveau sont précisées sur la **Figure 1** lorsque la girafe est dressée, la tête haute, et lorsqu'elle est penchée pour boire. Les pressions mesurées sont des **pressions relatives**, c'est-à-dire des pressions absolues diminuées de la pression atmosphérique.

En position dressée, les mesures de la pression moyenne dans l'artère carotidienne ont donné des valeurs comprises entre 150 et 200 mmHg au niveau du cœur (175 mmHg en moyenne) et d'environ 100 mmHg à la base du cerveau. Au niveau de l'extrémité des pattes, la pression artérielle moyenne est de l'ordre de 260 mmHg. Par comparaison la pression artérielle moyenne chez l'homme est de l'ordre de 95 mmHg au niveau du cœur, de 65 mmHg au niveau du cerveau et de 210 mmHg au niveau des pieds.

En position baissée, les valeurs de pression artérielle moyenne au niveau du cœur sont sensiblement les mêmes mais, au niveau du cerveau, les mesures de pression carotidienne moyenne ont donné une valeur de 255 mmHg.

Les incertitudes sur ces mesures de pression sont typiquement de l'ordre de 20 mmHg.

Les mesures de pression veineuse dans la veine jugulaire sur plusieurs girafes ont donné des valeurs très faibles, très proches de 0 au niveau du cœur et légèrement plus élevées à la base du cerveau (13-16 mmHg).

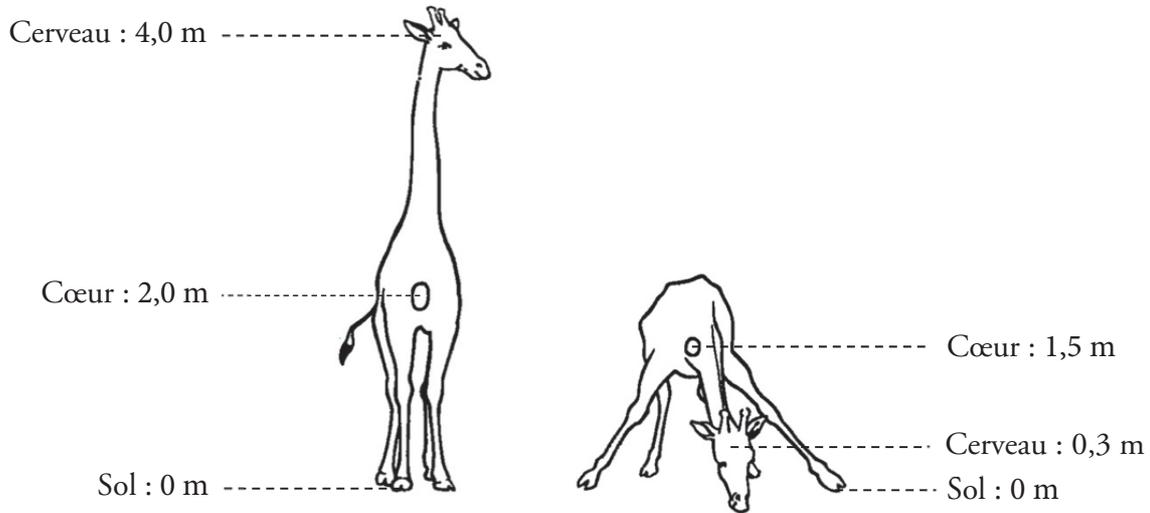


Figure 1. Hauteurs du cœur et du cerveau en position dressée (à gauche) et baissée (à droite).

Document 2 : Rete mirabile caroticum de la girafe

Chez la girafe, comme chez tous les artiodactyles, le sang qui irrigue le cerveau passe par un réseau complexe appelé *rete mirabile caroticum* (réseau admirable carotidien) ou *rete* carotidien. Le *rete* carotidien est représenté schématiquement sur la Figure 2 (en bas). Ce réseau de fines artères (diamètre interne typique : 100 μm, longueur : 150 μm) est modélisé par n résistances hydrauliques en parallèle (Figure 2 en haut où seulement 4 résistances sont représentées). On prendra $n = 90$.

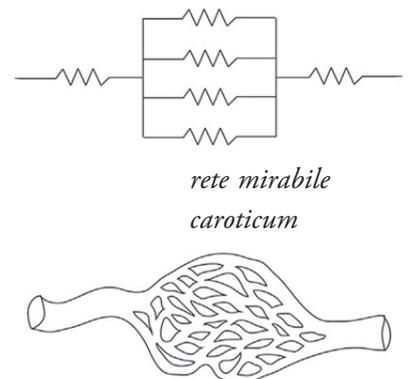


Figure 2. Schéma du *rete* carotidien (bas) et modélisation (haut).

Document 3 : Schéma de la circulation artérielle et veineuse

Un schéma simplifié de la circulation artérielle et veineuse en liaison avec le *rete* carotidien chez la girafe est représenté sur la Figure 3. Au niveau des muqueuses nasales, il y a évaporation d'eau dans l'air inspiré. Le *rete* carotidien baigne dans un lac veineux alimenté par du sang veineux en provenance des muqueuses nasales.

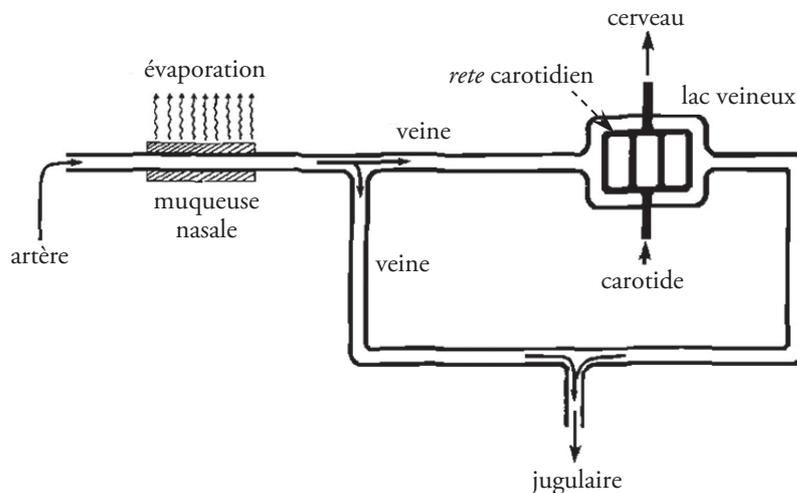


Figure 3. Schéma de la circulation artérielle et veineuse en lien avec le *rete* carotidien.

Document 4 : Expériences

Une première expérience réalisée sur deux girafes a permis de mesurer la température du cerveau (près de l'hypothalamus) ainsi que la température du sang dans l'artère carotidienne (donc avant de passer dans le *rete* carotidien). Le dispositif de mesure a été installé lorsque les girafes étaient anesthésiées. Après leur réveil, les températures ont pu être suivies à distance par radiopistage sur une durée de 50 heures. Des courbes de température relative (par rapport à la température initiale commune en sortie d'anesthésie) sont portées sur la **Figure 4**.

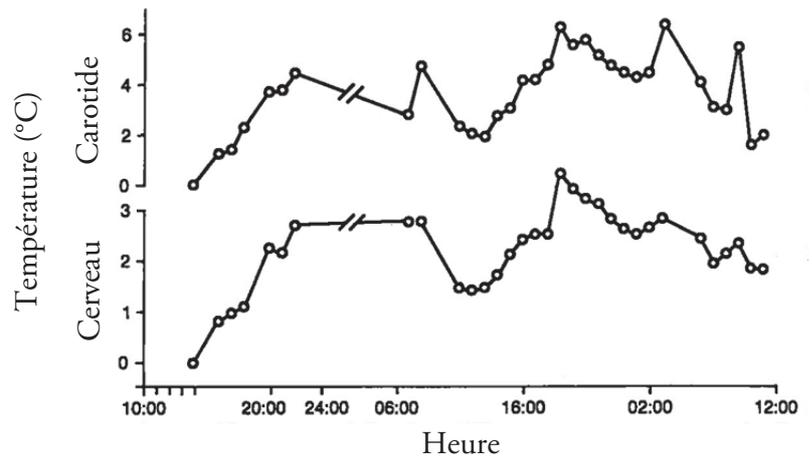


Figure 4. Températures relatives dans l'artère carotidienne et dans le cerveau par rapport à la température initiale en fin d'anesthésie (valeur 0).

Une autre expérience réalisée sur une autre espèce d'artiodactyle, des chèvres domestiques (*Capra hircus*), a enregistré une augmentation immédiate et rapide de la température hypothalamique, atteignant $+0,4^{\circ}\text{C}$ en quelques minutes, en remplaçant l'air sec ambiant par de l'air saturé en vapeur d'eau à la même température ($32,5^{\circ}\text{C}$). La température corporelle n'a commencé à augmenter lentement qu'au bout de 12 minutes pour atteindre une augmentation de $+0,2^{\circ}\text{C}$ au bout de 20 minutes.

Document 5 : Modèles de circulation sanguine

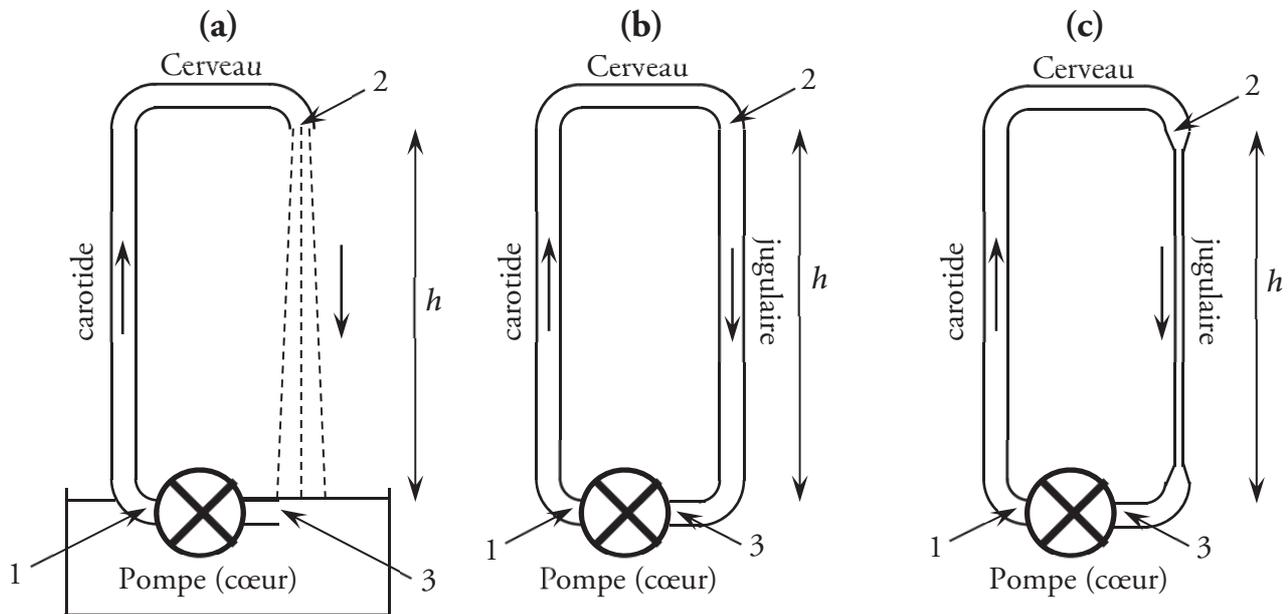


Figure 5. Modèles de circulation sanguine. (a) modèle de la chute d'eau. (b) Modèle du siphon. (c) Modèle de la veine collable.

Trois modèles simples de circulation sanguine sont présentés sur la **Figure 5**. Une pompe modélise le cœur. Une conduite verticale modélise une artère carotide. Elle conduit en haut du dispositif qui représente le cerveau. Le point 1 se trouve dans l'artère carotide juste à la sortie du cœur. Le point 2 est situé tout en haut de la veine jugulaire, juste après le cerveau. Le point 3 est tout en bas de la veine jugulaire, au niveau du cœur. Dans tous les cas, la pression (relative) au point 3 est considérée comme nulle (la pression absolue est égale à la pression atmosphérique). La distance entre les points 1 et 2 le long du circuit est L . La distance du point 2 au point 3 est h , qui est aussi l'altitude du point 2 par rapport aux points 1 et 3 (référence des hauteurs).

Dans le modèle de la chute d'eau (Figure 5 (a)), le sang redescend au cœur comme si le circuit sanguin était ouvert juste après le cerveau et que le sang tombait à l'air libre par une chute. Le sang est recueilli par un réservoir dans lequel puise la pompe.

Dans le modèle du siphon (Figure 5 (b)), le circuit sanguin est totalement fermé. Le retour au cœur s'effectue par une conduite rigide modélisant une veine jugulaire.

Dans le modèle de la veine collabable (Figure 5 (c)), la conduite modélisant la veine jugulaire n'est pas rigide mais collabable : Si la pression relative est négative (pression inférieure à la pression atmosphérique), la veine collabe, c'est-à-dire qu'elle s'aplatit en prenant une forme écrasée avec deux lobes latéraux (voir Figure 6). Une telle veine ne peut pas résister à une pression extérieure plus grande que sa pression intérieure. On peut modéliser ce comportement en considérant que la pression relative est nulle dans toute la veine collabable. Les artères ne sont pas collabables.

La résistance hydraulique par unité de longueur est λ pour les parties non collabables (rigides) et λ' pour la veine collabable avec $\lambda' > \lambda$.

Document 6 : *Brachiosaurus*

L'allure d'un brachiosaure (*Brachiosaurus*), dinosaure du groupe des sauropodes, est représentée sur la Figure 7.

Document 7 : Citations

Les citations suivantes concernent les grands sauropodes.

« (...) Pour produire une pression sanguine artérielle de 700 mmHg (...), le ventricule gauche à lui seul devrait peser environ 2 tonnes (...). Le ventricule serait 15 fois plus lourd que le ventricule d'une baleine. (...) Environ 10% du métabolisme au repos chez l'homme est dû à l'énergie consommée par le ventricule gauche. Le ventricule 15 fois plus grand [que celui d'une baleine] (...) représenterait 62% du métabolisme au repos de l'animal. »

« Des pressions négatives dans les fluides corporels des animaux sont dangereuses du fait de la possibilité de formation de bulles de gaz dans le sang. (...) Un autre problème posé par des pressions négatives dans le système circulatoire est le danger d'aspiration d'air dans un vaisseau endommagé. »

R. S. Seymour & H. B. Lillywhite (2000)

Document 8 : Données numériques

Accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;

Masse volumique du sang : $\rho = 1,06 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;

Le sang sera assimilé à un fluide newtonien. Viscosité dynamique du sang : $\eta = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$;

Diamètre interne de l'artère carotidienne (girafe) : 8,2 mm ;

Débit volumique dans l'artère carotidienne (valeur représentative) : $40 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$;

Débit volumique total dans le *rete* carotidien (valeur représentative) : $2,1 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$;

Unité de pression : $760 \text{ mmHg} \approx 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (pression atmosphérique) ; $1 \text{ mmHg} \approx 133,3 \text{ Pa}$;

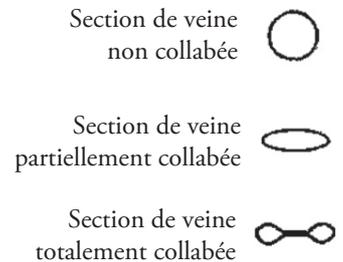


Figure 6. Sections d'une veine collabable.

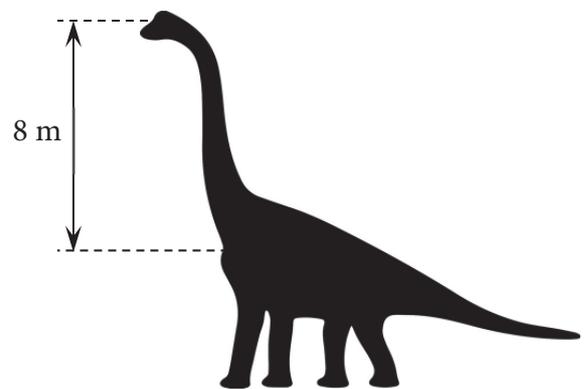


Figure 7. Représentation schématique d'un sauropode du genre *Brachiosaurus*.

Questions

Partie 1 : Questions sur des notions du programme en lien avec le thème

1.1) Statique des fluides

On notera \vec{g} l'accélération de la pesanteur, ρ la masse volumique du fluide et p la pression.

- Établir le lien entre la densité volumique d'une force de pression et le gradient de pression.
- Établir l'équation locale de la statique des fluides.
- Intégrer cette équation dans un champ de pesanteur uniforme, pour un fluide incompressible et indilatable. On notera z la coordonnée verticale ascendante et p_0 la pression à l'altitude $z=0$. Montrer que la pression motrice définie par $p^* = p + \rho g z$ est constante dans le fluide.
- Dans toute la suite, le terme « pression » désignera la pression relative P , c'est-à-dire la pression p diminuée de la pression atmosphérique p_{atm} supposée constante : $P = p - p_{atm}$.

On se place ici dans une description purement hydrostatique. En supposant que la pression au niveau du cerveau de la girafe est en moyenne égale à 100 mmHg, estimer les pressions moyennes au niveau du cœur et au niveau de l'extrémité des pattes, lorsque la girafe tient sa tête dressée. En supposant que la pression moyenne au niveau du cœur est de 175 mmHg, estimer la pression moyenne au niveau du cerveau d'une girafe en train de boire. Comparer ces résultats avec les valeurs mesurées (**Document 1**) et commenter les écarts éventuels. On donnera les résultats en Pa et en mmHg.

1.2) Loi de Poiseuille

On considère un fluide newtonien incompressible en écoulement permanent et en régime laminaire, dans une conduite horizontale de rayon a et de longueur L aux parois rigides (**Figure 8**). On se place en coordonnées cylindriques (r, θ, z) d'axe Oz . Le gradient de pression est uniforme. La différence de pression entre l'entrée et la sortie est positive et notée ΔP . La viscosité dynamique du fluide est notée η . On donne l'expression du champ des vitesses dans le fluide

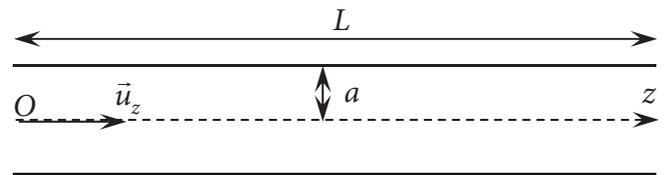


Figure 8. Conduite horizontale.

$$\vec{v} = \frac{\Delta P}{4\eta L} (a^2 - r^2) \vec{u}_z.$$

- Établir l'expression du débit volumique D_V dans la conduite.
- Définir la résistance hydraulique R de la conduite et établir l'expression $R = 8\eta L / (\pi a^4)$. On note $\lambda = R/L = 8\eta / (\pi a^4)$ la résistance hydraulique par unité de longueur de la conduite.
- Par analogie avec l'association en parallèle (ou dérivation) de résistances électriques, définir une association en parallèle de résistances hydrauliques et justifier que la résistance hydraulique R_e équivalente à n résistances hydrauliques R identiques associées en parallèle a pour expression $R_e = R/n$.
- La conduite est maintenant verticale. L'écoulement est dirigé vers le haut. Le champ des vitesses est donné par l'expression

$$\vec{v} = \frac{a^2 - r^2}{4\eta} \left(\frac{\Delta P}{L} - \rho g \right) \vec{u}_z.$$

Établir l'expression du débit volumique et montrer qu'on obtient la même expression qu'à la question a) en remplaçant la variation de pression ΔP par la variation de pression motrice ΔP^* . En déduire qu'en modifiant sa définition, la résistance hydraulique de la conduite garde la même expression que celle obtenue à la question b).

1.3) Échangeur thermique

On étudie un échangeur thermique constitué de deux fluides circulant dans deux conduites horizontales différentes de longueur L . Le fluide 1 circule dans une conduite cylindrique de rayon a située à l'intérieur d'une conduite cylindrique de plus grand rayon dans laquelle circule le fluide 2 (**Figure 9**). Les deux fluides sont incompressibles et indilatables. Le système fonctionne en régime permanent. Les seuls échanges thermiques ont lieu entre le fluide 1 et le fluide 2 à travers la paroi de la conduite intérieure. La puissance reçue par le fluide 2 et cédée par le fluide 1 entre l'abscisse x et l'abscisse $x + dx$ s'écrit

$$d\mathcal{P}_{th} = k(T_1 - T_2)dS$$

où k est un coefficient de transfert thermique, T_1 la température du fluide 1 à l'abscisse x , T_2 la température du fluide 2 à l'abscisse x et dS l'élément de surface de la paroi latérale du cylindre intérieur correspondant à un petit cylindre de rayon a et de hauteur dx . Les variations de vitesse sont supposées négligeables. Les capacités thermiques massiques des fluides 1 et 2 sont respectivement c_1 et c_2 .

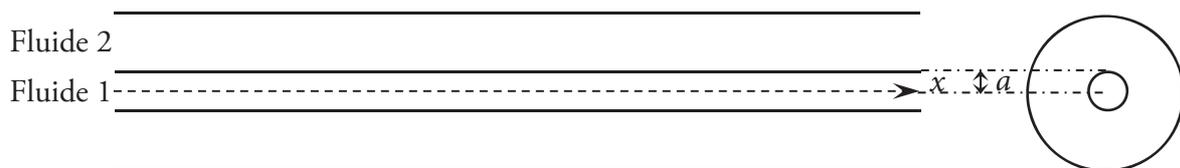


Figure 9. Échangeur thermique.

- Justifier le caractère conservatif du débit massique et du débit volumique.
- Les deux fluides circulent dans le même sens (échangeur co-courant), le fluide 1 avec un débit massique D_{m1} et le fluide 2 avec un débit massique D_{m2} . La température du fluide 1 à l'entrée (en $x = 0$) est T_{1e} . À la même abscisse, la température d'entrée du fluide 2 est T_{2e} avec $T_{1e} > T_{2e}$. Formuler le premier principe de la thermodynamique sur le système ouvert constitué par le fluide 1 entre les abscisses x et $x + dx$. Procéder de même avec le fluide 2. En déduire que les températures des fluides 1 et 2 vérifient le système d'équations différentielles couplées

$$\frac{dT_1}{dx} + \frac{T_1}{\delta_1} = \frac{T_2}{\delta_1}; \quad \frac{dT_2}{dx} + \frac{T_2}{\delta_2} = \frac{T_1}{\delta_2}.$$

Exprimer les grandeurs δ_1 et δ_2 en fonction de D_{m1} , D_{m2} , c_1 , c_2 , k et a .

- Montrer que la grandeur $\theta = \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2$ se conserve le long de l'échangeur.
- Montrer que la différence de température $\Delta T = T_1 - T_2$ vérifie l'équation différentielle

$$\frac{d\Delta T}{dx} + \frac{\Delta T}{\delta} = 0.$$

Exprimer la grandeur δ en fonction de δ_1 et δ_2 .

- Résoudre cette équation. Exprimer ΔT dans la conduite en fonction de x , δ , T_{1e} et T_{2e} .

- f) Déterminer les températures T_{f1} et T_{f2} des fluides 1 et 2 respectivement en sortie de l'échangeur dans la limite d'un échangeur infiniment long, en fonction de T_{1e} , T_{2e} , δ_1 et δ_2 . Tracer l'allure du graphe représentant T_1 et T_2 en fonction de x .

Partie 2 : Analyse des documents

2.1) *Rete mirabile caroticum* et chute de pression

Selon une première théorie, le rôle du *rete* carotidien de la girafe serait de protéger le cerveau des augmentations excessives de pression notamment lorsque la girafe baisse la tête pour boire.

- Estimer la résistance hydraulique du *rete mirabile caroticum* dans le modèle du **document 2**.
- En déduire une estimation numérique de la chute de pression dans le *rete* carotidien à l'aide des données du **document 2** et du **document 8** en Pa et en mmHg.
- Estimer numériquement, en Pa et en mmHg, la chute de pression si le *rete* carotidien était remplacé par une artère unique de section égale à la somme des sections des artères du modèle du **document 2**.

2.2) *Rete mirabile caroticum* et refroidissement sélectif du cerveau

Selon une seconde théorie, le *rete* carotidien permettrait un refroidissement sélectif du cerveau de la girafe pour le protéger des augmentations de température pouvant survenir sous les climats chauds.

- En s'appuyant sur le **document 3**, rédiger une explication de quelques lignes du mécanisme de refroidissement du cerveau impliquant le *rete* carotidien.
- En justifiant la réponse, indiquer si cette théorie est confirmée par les résultats de la première expérience présentée dans le **document 4**.
- Expliquer en quoi la deuxième expérience présentée dans le **document 4** confirme ou infirme cette théorie.

2.3) Quelques éléments de la controverse du siphon et de la chute d'eau

La question de la dynamique de l'écoulement sanguin dans le cou de la girafe et de l'irrigation du cerveau est controversée. Certains considèrent que l'écoulement dans les veines du cou est assimilable à une chute d'eau et que le cœur doit travailler contre la gravité pour irriguer le cerveau alors que d'autres pensent qu'un mécanisme de type siphon permet au cœur de ne pas avoir à vaincre la gravité pour irriguer le cerveau. Toutes les pressions considérées dans cette partie sont des pressions relatives (voir la question 1.1 d).

- On considère le modèle de la chute d'eau présenté dans le **document 5 (a)**. Préciser la valeur de la pression relative P_2 au point 2.
- En appliquant la loi de Poiseuille avec la pression motrice entre le point 1 et le point 2, exprimer le débit volumique D_V entre les points 1 et 2 en fonction de la pression artérielle au niveau du cœur P_1 , de la masse volumique ρ du sang, de λ , L , h et g .
- Donner l'inégalité que doit vérifier la pression relative P_1 pour que le débit volumique à travers le cerveau soit positif.
- Dans le modèle du siphon présenté dans le **document 5 (b)** et dans l'hypothèse où $P_3 = 0$, exprimer le débit volumique en fonction de P_1 , λ , L et h en appliquant la loi de Poiseuille.
- En déduire l'inégalité que doit vérifier la pression P_1 pour que le débit volumique à travers le cerveau soit positif. Comparer ce résultat à celui de la question c).

- f) Exprimer la pression relative P_2 au point 2 en fonction de P_1 , ρ , g , L et h dans le modèle du siphon. Si $P_1 = 175$ mmHg et en assimilant h et L , estimer numériquement P_2 en mmHg. Indiquer si cette valeur est en accord avec les mesures présentées dans les documents. Donner l'inégalité que doit vérifier la pression P_1 pour que la pression P_2 soit positive. Proposer une application numérique.
- g) En appliquant la loi de Poiseuille à la veine collabable, établir l'expression suivante du débit volumique, dans le modèle de la veine collabable présenté dans le **document 5 (c)** : $D_V = \rho g / \lambda'$. Établir ensuite l'expression de la pression relative P_1 en fonction de ρ , g , L , h , λ et λ' .
- h) Établir un bilan d'énergie mécanique en régime permanent entre l'entrée 3 et la sortie 1 de la pompe (**document 5**) en supposant le fluide incompressible et parfait. Les variations de vitesse sont supposées négligeables. En déduire le travail utile massique fourni par la pompe en fonction de P_1 , P_3 et de la masse volumique ρ , puis la puissance utile fournie par la pompe en fonction du débit volumique D_V , de P_1 et de P_3 . Compte tenu de la valeur de P_3 , expliquer en quoi la valeur de la pression artérielle au niveau du cœur a un retentissement direct sur la puissance cardiaque.

Partie 3 : Approche critique et prospective sur le thème

- 3.1) En s'appuyant sur les documents et sur les résultats des parties précédentes et en justifiant la réponse, expliquer en quoi le modèle de la veine collabable est équivalent au modèle de la chute d'eau et en quoi il en est différent.
- 3.2) Les problèmes posés par le long cou des sauropodes sont encore plus aigus que pour la girafe en raison de leur longueur beaucoup plus grande et de l'absence de mesures et d'observations directes. La question de savoir si les sauropodes étaient ou non capables de dresser leur cou à la verticale est très controversée. Estimer les valeurs numériques hypothétiques de la pression artérielle au niveau du cœur et du cerveau d'un sauropode comme *Brachiosaurus* (dans la position où le cou est dressé) et discuter l'argumentaire possible des détracteurs et des partisans de la théorie du siphon. On pourra s'appuyer sur le **document 6** et sur le **document 7**.

Annexe : Lexique

Artiodactyles : groupe de mammifères comprenant notamment les bovins, les caprins, les chameaux, les cerfs, les porcins, les hippopotames ou encore les girafes.

Carotide : artère irrigant la tête et le cou.

Jugulaire : veine ramenant le sang de la tête vers le cœur.

Sauropode : groupe de dinosaures quadrupèdes herbivores, souvent de très grande taille et avec un long cou (*Diplodocus*, *Brachiosaurus*, *Argentinosaurus*, etc.).

FIN