Banque « Agro-Véto »
A BCPST – 0320

PHYSIQUE-CHIMIE
Résolution de problème
Durée : 3 heures

L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, il doit alerter au plus tôt le surveillant qui vérifiera et, éventuellement, remplacera son sujet.
Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Chant de basse fréquence du rorqual commun

Figure 1. Rorqual commun.

Le rorqual commun (*Balaenoptera physalus*) est un cétacé à fanons d'une longueur moyenne de 20 m et d'une masse moyenne d'environ 50 tonnes (**Figure 1**). C'est le plus grand animal au monde après le rorqual bleu. Présent dans toutes les mers du globe, il est capable de plonger à des profondeurs importantes, de l'ordre de plusieurs centaines de mètres. Les rorquals communs communiquent par des sons puissants de basse fréquence. Il s'agit d'impulsions d'environ 1 s espacées d'une durée de l'ordre d'une dizaine de secondes. L'analyse spectrale montre que ces émissions sonores sont centrées sur une fréquence de 20 Hz avec une largeur de bande de 3 à 4 Hz, ce qui les situe au niveau de la fréquence minimale audible par l'être humain (20 Hz) voire en dessous (infrasons). Ces émissions pourraient être des chants nuptiaux facilitant la rencontre des individus de sexes opposés et favorisant la reproduction. Ce problème a pour objectif d'évaluer l'ordre de grandeur de la portée de cette communication et si cette portée, donc la reproduction de l'espèce, pourrait être affectée par les activités humaines.

Données relatives aux ondes acoustiques

Les éléments suivants d'acoustique pourront être utiles pour l'ensemble du problème : pour une onde acoustique de surpression acoustique p, se propageant dans un fluide de masse volumique ρ à une célérité c, l'expression de de l'intensité acoustique I est $I = \langle p^2 \rangle / (\rho c)$ où $\langle p^2 \rangle$ est la valeur moyenne de p^2. Par définition, $\langle p^2 \rangle$ est égal au carré de la valeur efficace p_e de la surpression : $p_e = \sqrt{\langle p^2 \rangle}$. Lorsqu'une onde sonore arrive en incidence normale sur un dioptre acoustique séparant deux fluides de masses volumiques ρ_1 et ρ_2, dans lesquels les ondes acoustiques se propagent avec des célérités c_1 et c_2, le coefficient de réflexion en puissance s'écrit

$$R = \left(\frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \right)^2 .$$

Sauf mention contraire dans l'énoncé, on prendra les valeurs suivantes pour l'eau de mer : masse volumique $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; célérité du son $c = 1{,}5 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Propagation du son dans l'océan

1.1. Relier l'indice optique d'un milieu et la vitesse de propagation de la lumière dans ce milieu. Rappeler les lois de Descartes de la réfraction et tracer la marche d'un rayon d'incidence i_1 se réfractant d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent.

1.2. Donner la définition d'un dioptre acoustique. Dans la suite du problème, le dioptre acoustique sera traité de la même façon qu'un dioptre en optique. Par analogie avec l'optique, définir un indice de réfraction à partir de la vitesse du son dans le milieu et d'une vitesse de référence c_0.

1.3. Soient deux couches d'eau de mer à l'intérieur d'un océan, séparées par un dioptre acoustique horizontal. La vitesse du son est différente dans les deux couches. On notera c_1 la vitesse du son dans la couche supérieure et c_2 la vitesse du son dans la couche inférieure. On traitera ce dioptre comme un dioptre en optique. Une onde sonore arrive sur l'interface avec un angle d'incidence i_2 (par rapport à la normale au dioptre) depuis la couche inférieure. En supposant $c_2 < c_1$, établir à quelle condition sur i_2 il y a réflexion totale à l'interface.

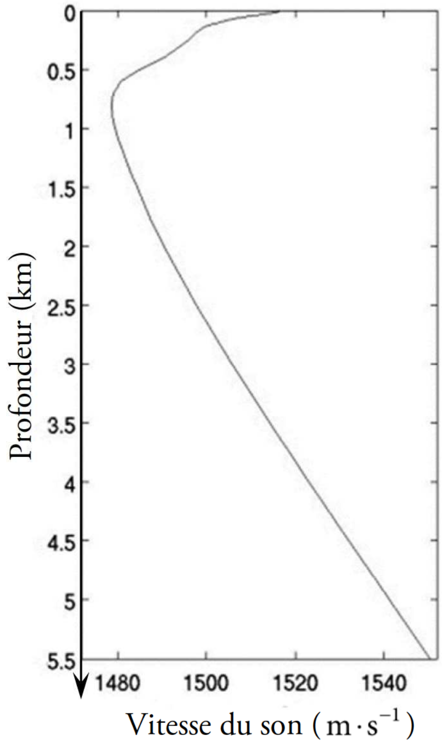

Figure 2. Variation de la vitesse du son avec la profondeur dans un océan.

Dans un océan, à l'exception des océans polaires, la vitesse du son dans l'eau passe par une valeur minimale pour une profondeur z_m comprise généralement entre 500 m et 1000 m (**Figure 2**).

On modélise cette situation par un premier modèle très simple à trois couches : une couche supérieure notée 1 entre la surface et une profondeur z_1, une couche intermédiaire 2 entre les profondeurs z_1 et z_2 et une couche inférieure 3 en dessous de z_2 (**Figure 3**). La vitesse du son est c_1, c_2 et c_3 dans les couches 1, 2 et 3 respectivement. On suppose $c_3 = c_1$ et $c_2 < c_1$. Les deux interfaces entre les couches seront traitées par analogie avec les dioptres optiques.

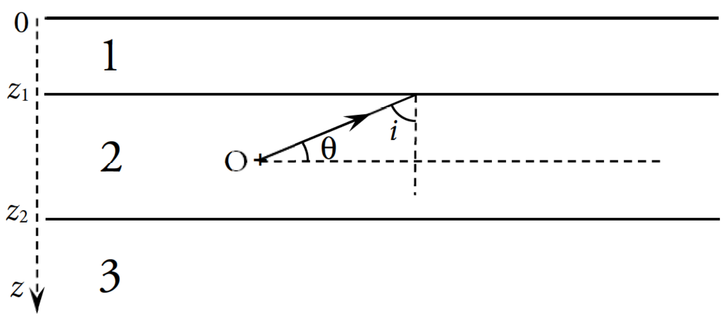

Figure 3. Modèle à trois couches.

1.4. Une source en un point O de la couche intermédiaire émet une onde sonore dans une direction faisant un angle θ (compris entre 0 et $\pi/2$) avec l'horizontale (voir **Figure 3**). Expliquer pourquoi l'onde sonore émise en O reste confinée dans la couche intermédiaire pour certaines valeurs de l'angle θ. Déterminer l'intervalle des valeurs de θ pour que ce soit le cas. Calculer numériquement les valeurs limites de cet intervalle. Tracer la marche d'un rayon illustrant ce confinement.
Données : $c_1 = c_3 = 1{,}51 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $c_2 = 1{,}48 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

On considère un modèle un peu moins simple comportant cinq couches, notées 1, 2, 3, 4 et 5 où la vitesse du son est respectivement c_1, c_2, c_3, c_4 et c_5 avec $c_4 = c_2$ et $c_5 = c_1$ avec $c_1 > c_2 > c_3$. La couche 4 est nettement plus épaisse que la couche 2 (**Figure 4**). La source O est dans la couche 3.

1.5. Établir l'intervalle d'angle θ pour que les rayons émis en O restent confinés dans la couche 3 et celui pour lequel les rayons émis en O restent confinés dans les couches 2, 3 et 4. Calculer numériquement les valeurs limites de ces intervalles. Tracer la marche d'un rayon confiné dans les couches 2, 3 et 4 mais pas uniquement dans la couche 3.
Données : $c_1 = c_5 = 1{,}51 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$;
$c_2 = c_4 = 1{,}49 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$;
$c_3 = 1{,}48 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

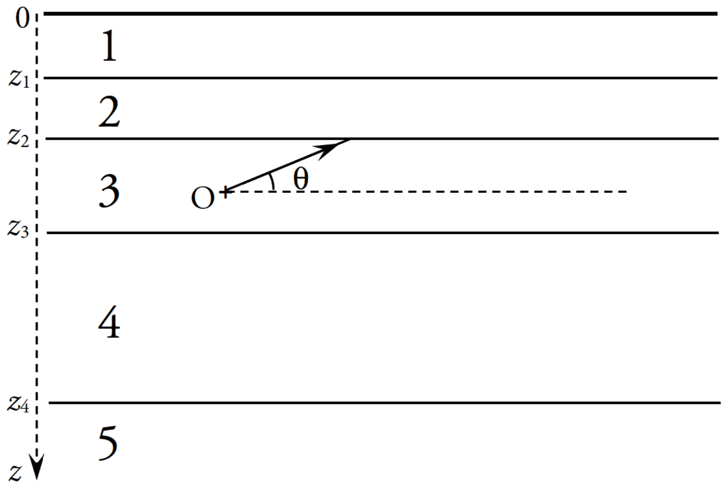

Figure 4. Modèle à cinq couches.

En prenant des couches de plus en plus nombreuses et de plus en plus fines, on se rapproche de la variation continue de la vitesse du son avec la profondeur illustrée sur la **Figure 2**.

1.6. À partir des résultats des deux questions précédentes, tracer, qualitativement et sans aucun calcul, l'allure de la marche d'un rayon confiné, c'est-à-dire n'atteignant jamais ni la surface de l'océan ni le fond, pour une variation continue de la vitesse du son.

Ce domaine où les ondes sonores restent confinées en profondeur s'appelle le *chenal sonore profond*. Dans les océans polaires, la situation est différente parce que la température de l'eau est la plus froide en surface. En conséquence, la vitesse du son est minimale près de la surface et croît de façon monotone avec la profondeur.

1.7. On admet que la surface de l'océan se comporte pour les ondes acoustiques, en analogie avec l'optique géométrique, de la même façon qu'un miroir plan. Rappeler les lois de Descartes de la réflexion et tracer la marche d'un rayon d'incidence quelconque i se réfléchissant sur le miroir.

1.8. En supposant que la surface de l'eau est libre de glace, montrer, en vous inspirant de la démarche des questions 1.4–1.6, qu'une onde sonore, émise dans un océan polaire près de la surface, peut rester confinée dans un *chenal sonore arctique* si l'angle θ défini précédemment n'est pas trop grand. Préciser les différences avec la situation précédente et tracer l'allure de la marche d'un rayon confiné.

1.9. En calculant la valeur du coefficient de réflexion en puissance d'une onde sonore se propageant dans un océan et arrivant sur sa surface en incidence normale, vérifier l'hypothèse admise à la question 1.7.
Données : masse volumique de l'air $\rho_a = 1{,}2\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; célérité du son dans l'air $c_a = 3{,}4 \cdot 10^2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

On admettra que la présence de glace à la surface d'un océan polaire ne modifie pas radicalement les conclusions précédentes.

2. Amortissement du son de basse fréquence dans les océans

On étudie maintenant l'amortissement de l'onde sonore dû aux phénomènes dissipatifs. Pour les fréquences supérieures à 100 kHz, cet amortissement est principalement dû à l'effet de la viscosité de l'eau. Pour les fréquences inférieures à 100 kHz, l'amortissement est dominé par des effets de relaxation chimique liés à la dissociation du sulfate de magnésium aux fréquences intermédiaires et à l'acide borique aux fréquences inférieures à 1 kHz, avec des couplages complexes entre diverses réactions chimiques. Pour le chant à basse fréquence du rorqual commun, l'amortissement de l'onde est principalement attribué à la présence d'acide borique dans l'eau de mer provenant de l'érosion de roches magmatiques.

L'acide borique a pour formule $B(OH)_3$. Le pH de l'eau de mer varie entre 7,5 et 8,4 selon notamment les mers et les océans. L'un des équilibres qui gouverne l'amortissement des ondes sonores à basse fréquence a pour équation-bilan

$$B(OH)_{3(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows B(OH)^-_{4(aq)}$$

Cet équilibre met en jeu l'ion tétrahydroxyborate $B(OH)^-_{4(aq)}$, qui sera appelé ion borate par la suite.

On suppose que le mécanisme de cette réaction est un mécanisme en une seule étape

$$B(OH)_{3(aq)} + HO^-_{(aq)} \underset{k_{21}}{\overset{k_{12}}{\rightleftarrows}} B(OH)^-_{4(aq)}$$

Les constantes de vitesse sont k_{12} dans le sens direct et k_{21} dans le sens inverse. Pour alléger les écritures, on notera $a = [B(OH)_3]$, $b = [HO^-]$ et $x = [B(OH)_4^-]$.

Données : $k_{12} = 1{,}2 \cdot 10^7\ \text{mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{s}^{-1}$; $k_{21} = 48\ \text{s}^{-1}$.

2.1. Exprimer la vitesse spécifique volumique de réaction v en fonction de a, b, x et des constantes de vitesse.

Supposons la réaction à l'équilibre. Celui-ci est perturbé par la variation locale de pression provoquée par le passage d'une onde acoustique. On suppose tout d'abord que le système subit une petite perturbation brutale de pression à l'instant $t = 0$ (échelon de pression). L'équilibre étant déplacé, le système se trouve transitoirement hors d'équilibre et va évoluer vers un nouvel état d'équilibre. Cette évolution est appelée une relaxation. Soient a_0, b_0 et x_0 les valeurs de a, b et x à l'état initial (hors d'équilibre). À un instant $t > 0$ et à l'état d'équilibre final, les valeurs de a, b et x seront notées respectivement

$$a = a_0 + \Delta a\,;\quad b = b_0 + \Delta b\,;\quad x = x_0 + \Delta x\,;$$
$$a_e = a_0 + \Delta a_e\,;\quad b_e = b_0 + \Delta b_e\,;\quad x_e = x_0 + \Delta x_e.$$

Dans le cas d'un échelon de pression, Δa_e, Δb_e et Δx_e sont des constantes.

2.2. Établir la relation entre les grandeurs à l'équilibre a_e, b_e, x_e et les constantes de vitesse.

2.3. Déduire du bilan réactionnel les relations que doivent vérifier Δa, Δb et Δx d'une part, et Δa_e, Δb_e et Δx_e d'autre part. Établir les relations

$$a_0 = a_e + \Delta x_e\,;\quad b_0 = b_e + \Delta x_e\,;\quad a = a_e - \Delta x + \Delta x_e\,;\quad b = b_e - \Delta x + \Delta x_e.$$

2.4. En supposant que les perturbations Δx_e et Δx sont très petites (on pourra systématiquement négliger les termes en $(\Delta x)^2$, $(\Delta x_e)^2$ et $\Delta x \Delta x_e$), établir l'équation différentielle

$$\frac{d\Delta x}{dt} + \frac{\Delta x}{\tau} = \frac{\Delta x_e}{\tau}.$$

Dans cette équation, la constante τ vérifie la relation

$$\frac{1}{\tau} = k_{12}(a_e + b_e) + k_{21}.$$

2.5. Résoudre cette équation et tracer l'allure de la courbe donnant les variations de Δx en fonction du temps pour $t > 0$ en supposant $\Delta x_e > 0$.

Le passage d'une onde sonore de pulsation ω provoque une perturbation sinusoïdale au lieu d'un échelon. Il apparaît alors un terme de forçage sinusoïdal au second membre de l'équation différentielle, qui devient, en notation complexe

$$\frac{d\underline{\Delta x}}{dt} + \frac{\underline{\Delta x}}{\tau} = \frac{\underline{\Delta x_e}}{\tau}, \text{ où } \underline{\Delta x_e} = A_0 e^{i\omega t}.$$

Dans cette équation, $\underline{\Delta x}$ désigne la grandeur complexe associée à Δx, $\underline{\Delta x_e}$ est la perturbation sinusoïdale en notation complexe et A_0 est une amplitude réelle. On se place en régime sinusoïdal forcé.

2.6. Le système se comporte comme un filtre. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{\Delta x} / \underline{\Delta x_e}$ sous la forme

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \mathrm{i}\dfrac{\omega}{\omega_0}}.$$

Identifier H_0 et ω_0.

2.7. Établir l'expression du gain $G = |\underline{H}|$ et de la pulsation de coupure à -3 dB notée ω_c. On rappelle qu'il s'agit de la pulsation pour laquelle le gain est égal au gain maximal divisé par $\sqrt{2}$.

2.8. En justifiant la réponse, identifier la nature du filtre (passe-bas, passe-haut ou passe-bande).

2.9. Pour une valeur océanique typique du pH égale à 8,0, $a_e = 3{,}4 \cdot 10^{-4}$ mol·L^{-1} et $b_e = 10^{-6}$ mol·L^{-1}. Calculer numériquement la fréquence de coupure $f_c = \omega_c / (2\pi)$. Comparer cette valeur à la fréquence du chant de basse fréquence du rorqual commun. En déduire une estimation qualitative de l'importance de l'amortissement du chant de basse fréquence du rorqual commun.

3. Divergence géométrique et amortissement des ondes sonores dans l'océan

On considère une source ponctuelle sous-marine en un point O émettant une onde sonore de surpression acoustique p. Les mesures sous-marines donnent généralement accès à la surpression acoustique plutôt qu'à l'intensité acoustique. On définit le **niveau d'intensité sonore** par

$$L = 20 \log \frac{p_e}{p_0} \qquad (1)$$

où p_e désigne la valeur efficace de la surpression, p_0 une valeur de référence pour cette valeur efficace et log le logarithme décimal. Le niveau d'intensité sonore s'exprime alors en décibels (dB). En acoustique sous-marine, la valeur de référence est $p_0 = 1\,\mu\text{Pa}$.

3.1. Calculer numériquement, en précisant son unité, l'intensité acoustique I_0 correspondant à la valeur efficace de référence p_0.

3.2. En notant I l'intensité acoustique, exprimer le niveau d'intensité sonore en fonction de I et I_0.

On néglige tout d'abord toute dissipation d'énergie lors de la propagation dans l'eau de mer pour étudier les seuls effets de divergence géométrique.

3.3. Dans cette question, la propagation de l'onde dans le milieu, supposé homogène et illimité, est *isotrope*, c'est-à-dire qu'elle se réalise de la même façon dans toutes les directions de l'espace. La propagation est alors qualifiée de *sphérique*. Soit Φ la puissance totale émise par la source ponctuelle. À une distance r_S de la source, cette puissance se répartit de façon uniforme sur une sphère de rayon r_S. À une distance r, puisque la dissipation d'énergie est négligée, la même puissance se répartit uniformément sur une sphère de rayon r. En notant L_S le niveau d'intensité sonore à une distance $r_S = 1$ m de la source, montrer que le niveau d'intensité sonore à une distance r de O peut s'écrire

$$L = L_S - 20 \log \frac{r}{r_S} \qquad (2)$$

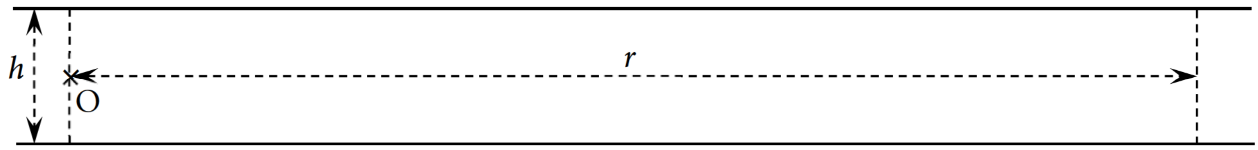

Figure 5. Propagation cylindrique.

3.4. On suppose maintenant, qu'à une certaine distance r de la source, en raison de phénomènes de réflexions ou de réfractions, l'onde sonore se propage entre deux plans horizontaux distants de h ($h \gg 1$ m). La propagation est alors dite *cylindrique*. On néglige toute perte d'énergie sur les deux plans. On suppose que $h \ll r$ et qu'il est alors possible de confondre la distance à O et la distance à la droite verticale passant par O (**Figure 5**). Soit Φ la puissance totale émise par la source ponctuelle. À une très petite distance r_S ($r_S = 1$ m) de la source, cette puissance se répartit de façon uniforme sur une sphère de rayon r_S et le niveau d'intensité sonore est L_S. À une distance r suffisamment grande, la dissipation d'énergie étant négligée, la même puissance se répartit uniformément sur un cylindre de rayon r et de hauteur h. Dans ces conditions, montrer que le niveau d'intensité sonore à une distance r de la source peut s'écrire

$$L = L_S + 10\log 2 - 10\log\frac{h}{r_S} - 10\log\frac{r}{r_S} \qquad (3)$$

On tient compte maintenant de l'amortissement de l'onde sonore sous l'effet des pertes d'énergie dont le mécanisme a été étudié à la partie 1. L'onde sonore parcourant une distance r, l'amortissement introduit une variation du niveau d'intensité sonore ΔL de la forme $\Delta L = -\alpha r$ où α est un coefficient d'amortissement s'exprimant en $\mathrm{dB \cdot m^{-1}}$. Cet amortissement se rajoute aux effets de divergence géométrique étudiés aux deux questions précédentes. Le coefficient d'amortissement α dans les océans a été mesuré à environ $3 \cdot 10^{-7}$ $\mathrm{dB \cdot m^{-1}}$ pour une onde sonore de fréquence égale à 20 Hz.

3.5. Calculer la distance pour que l'intensité acoustique soit divisée par 2 du seul fait de l'amortissement (c'est-à-dire sans prendre en compte les effets de divergence géométrique).

4. Portée du chant de basse fréquence du rorqual commun

On considère un rorqual commun émettant des ondes sonores d'une fréquence de 20 Hz à un niveau d'intensité sonore de 180 dB à une distance de 1 m. Le bruit ambiant dans l'océan à 20 Hz est principalement dû au trafic maritime. On peut l'estimer à un niveau d'intensité sonore de 84 dB. Les rorquals communs sont apparus il y a plusieurs millions d'années. Avant l'arrivée des navires, le bruit dans l'océan, causé par les phénomènes météorologiques (vent, vagues, tempêtes…), était beaucoup plus faible, de l'ordre de 75 dB dans des conditions modérées et de 70 dB par temps très calme. On admet qu'un rorqual commun peut entendre le chant de l'un de ses congénères si le niveau d'intensité sonore de ce chant est supérieur à celui du bruit ambiant.

Pour étudier les pertes par transmission du chant d'un rorqual commun, le cas le plus défavorable est celui d'une propagation sphérique (voir question 3.3).

4.1. En supposant que le coefficient d'amortissement α (voir question 3.5) est nul, calculer la distance maximale à laquelle peut communiquer un rorqual commun dans les trois conditions de bruit suivantes : niveau actuel avec les navires ; niveau ancien modéré ; niveau ancien par temps calme.

4.2. Indiquer si, pour les distances calculées à la question précédente, l'amortissement caractérisé par le coefficient d'amortissement α (question 3.5) joue un rôle important ou non.

Le cas le plus favorable pour la portée de communication du chant d'un rorqual commun est celui où le rorqual émet depuis un chenal sonore (questions 1.4 à 1.8). À une distance suffisante, la propagation peut être considérée, en première approximation, cylindrique (voir question 3.4). Cependant, toute la puissance sonore n'est pas confinée dans le chenal mais uniquement la puissance émise dans une direction faisant un angle θ avec l'horizontale compris entre $-\theta_L$ et $+\theta_L$. On admet que l'émission sonore du rorqual commun est isotrope. Données : $\theta_L = 12°$. On indique que la portion de surface de sphère comprise entre $-\theta_L$ et $+\theta_L$ a pour aire $S = 4\pi r_S^2 \sin\theta_L$ si le rayon de la sphère est r_S.

4.3. En notant L_S le niveau d'intensité sonore confinée à une distance $r_S = 1$ m de la source ponctuelle O, montrer, en utilisant les résultats des parties précédentes et les hypothèses d'une propagation cylindrique dans un chenal sonore, que le niveau d'intensité sonore à une distance r de la source peut s'écrire

$$L = L_S - 10\log\frac{h}{r_S} + 10\log(2\sin\theta_L) - 10\log\frac{r}{r_S} - \alpha r$$

Dans cette expression, h désigne la hauteur du chenal sonore ($h \gg r_S$). On pourra confondre la distance à O et la distance à l'axe vertical passant par O dans l'hypothèse $h \ll r$.

4.4. À l'aide de la **Figure 6**, déterminer la valeur numérique de la distance maximale à laquelle peut communiquer un rorqual commun dans les trois conditions de bruit suivantes : niveau actuel avec les navires ; niveau ancien modéré ; niveau ancien par temps calme.
Données : $h = 1{,}5 \cdot 10^3$ m ; $\alpha = 3 \cdot 10^{-7}$ dB$\cdot$m^{-1}. On donne sur la **Figure 6**, le graphe de la fonction

$$\mathrm{PT}(r) = 10\log\frac{hr}{2r_S^2\sin\theta} + \alpha r$$

Les valeurs numériques des grandeurs h, α, r_S et θ dans cette expression correspondent aux données. Sur ce graphe, r est exprimé en Mm (1 Mm $= 10^6$ m) et PT représente les pertes par transmission en dB :

$$\mathrm{PT} = L_S - L.$$

4.5. Conclure quant à la possibilité pour le rorqual commun de communiquer dans les océans à très grande distance et sur l'importance des perturbations causées par les activités humaines.

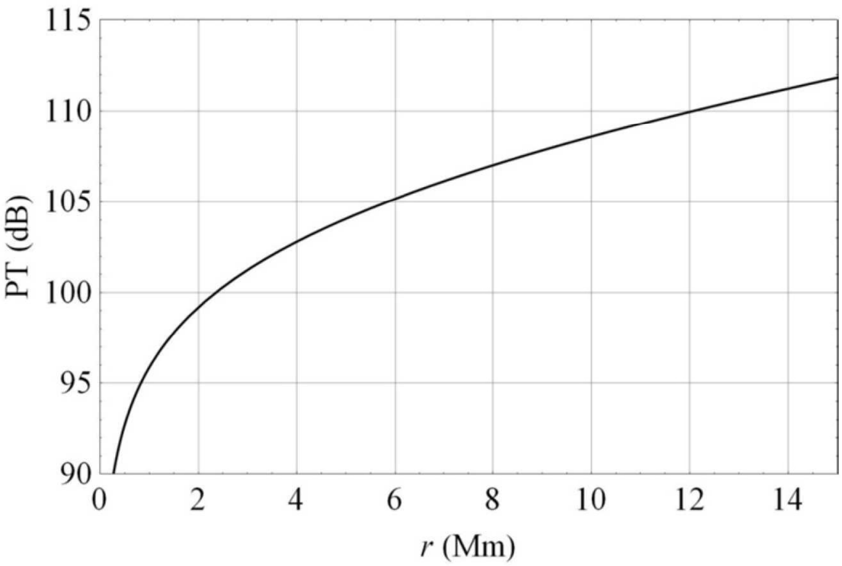

Figure 6. Graphe des pertes par transmission.

FIN DU SUJET