

**PHYSIQUE-CHIMIE**  
**Analyse de documents scientifiques**  
**Durée : 3 heures**

*L'usage d'une calculatrice est autorisé*

*Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, il doit alerter au plus tôt le chef de centre qui vérifiera et éventuellement remplacera le sujet. Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

**Thème : La glace, corps glissant**

L'objectif général est l'étude de l'origine des propriétés glissantes de la glace pour des températures inférieures à 0°C. On étudiera deux théories expliquant l'apparition d'une fine couche d'eau liquide lubrifiante en surface de la glace. La première théorie suppose une fusion de la glace en surface sous l'effet de la pression alors que la seconde l'explique par l'effet des frottements.

L'analyse proposée dans le sujet s'appuie sur huit documents scientifiques présentés ci-dessous. Elle mobilise également les acquis personnels dans le cadre de la préparation au concours. Le candidat est invité à lire attentivement les documents avant de répondre aux questions.

**Documents scientifiques**

**Document 1 : Coefficient de frottement**

Un solide glisse sur un plan horizontal fixe avec une vitesse  $\vec{v}$ . Ce solide subit de la part du support plan une réaction  $\vec{N}$  normale à la surface de contact et une force de frottement  $\vec{T}$  tangente à la surface de contact, colinéaire et de sens opposé à la vitesse  $\vec{v}$ . On appelle coefficient de frottement le rapport

$$f = \frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|}.$$

**Document 2 : Textes et témoignages**

*« La glace est non seulement le seul corps glissant de la nature mais c'est la seule de toutes les substances solides qui possède, dans les conditions naturelles, la propriété d'être parfaitement glissante. (...) Les autres causes de glissement parfait sont complexes : une surface solide lisse recouverte d'un fluide visqueux, telle qu'une planche bien graissée, est parfaitement glissante tout comme la glace. (...). En essayant de me souvenir si j'avais déjà entendu parler d'une tentative d'explication du caractère glissant de la glace (...), je me suis rendu compte qu'il m'était impossible de me souvenir d'une quelconque mention de ce sujet. Alors, j'ai pensé que l'eau n'était pas considérée comme un lubrifiant, de telle sorte que James Thomson lui-même, ou son frère Lord Kelvin, pouvait n'avoir pas réalisé que la fusion de la glace sous l'effet de la pression du patin pouvait lubrifier le patin en mouvement et rendre la glace glissante pour tout corps dur appuyé contre elle. »*

Osborne Reynolds (1901)

« J'ai fait du patinage dehors par  $-25^{\circ}\text{C}$  sans problème. »

Alain Haché (2002)

« Si la vitesse de glissement est notable et si la température est inférieure à  $0^{\circ}\text{C}$ , la fusion locale en surface est produite, non sous l'effet de la pression, mais par l'échauffement dû au frottement des surfaces en train de glisser. »

F. P. Bowden (1953)

### Document 3 : Propriétés de la glace Ih

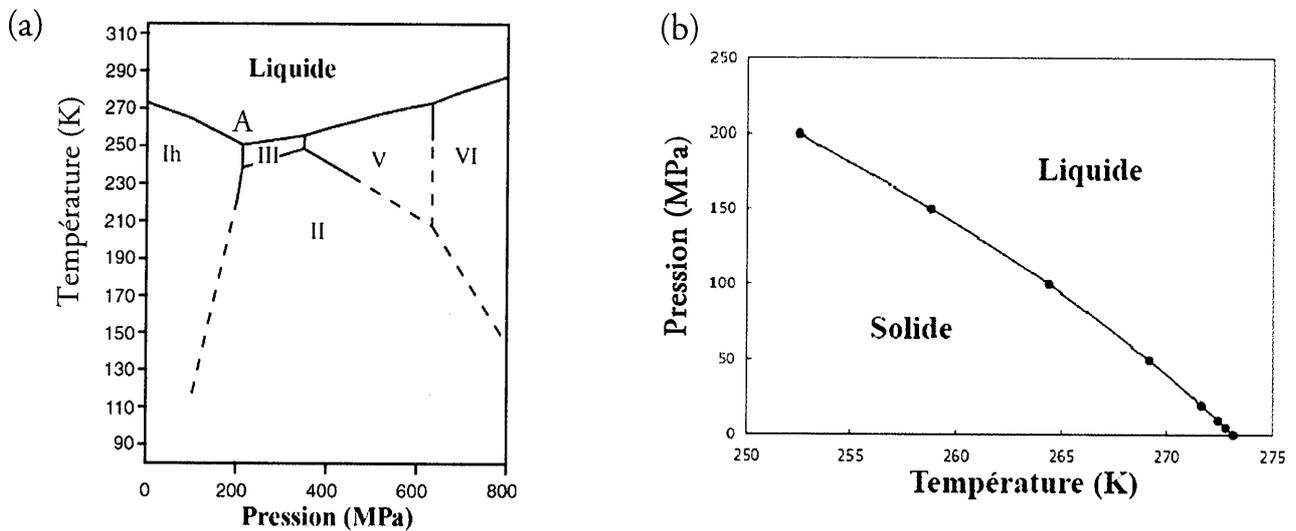
La glace Ih est le nom donné à la glace ordinaire. Il existe d'autres variétés cristallines de glace (notées II, III, etc.) mais on ne les rencontre quasiment pas sur Terre. La **Figure 1(a)** présente le diagramme des phases de l'eau pour de hautes pressions avec diverses variétés cristallines de glace. La **Figure 1(b)** présente la courbe de fusion de la glace Ih. D'autres propriétés de la glace Ih sont énumérées ci-dessous :

Masse volumique :  $\rho = 9,2 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;

Capacité thermique massique :  $c = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;

Conductivité thermique :  $\lambda = 2,1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;

Enthalpie massique de fusion :  $L = \Delta_{fus} h = 333 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .



**Figure 1.** (a) Diagramme simplifié des phases de l'eau à haute pression. Les domaines Ih, II, III, V et VI correspondent à diverses variétés cristallines de glace (Ih est la glace ordinaire). Les coordonnées du point triple A sont 251,165 K et 209,9 MPa. (b) Courbe de fusion de la glace.

Document 4 : Modèle de contact entre la glace et le corps glissant

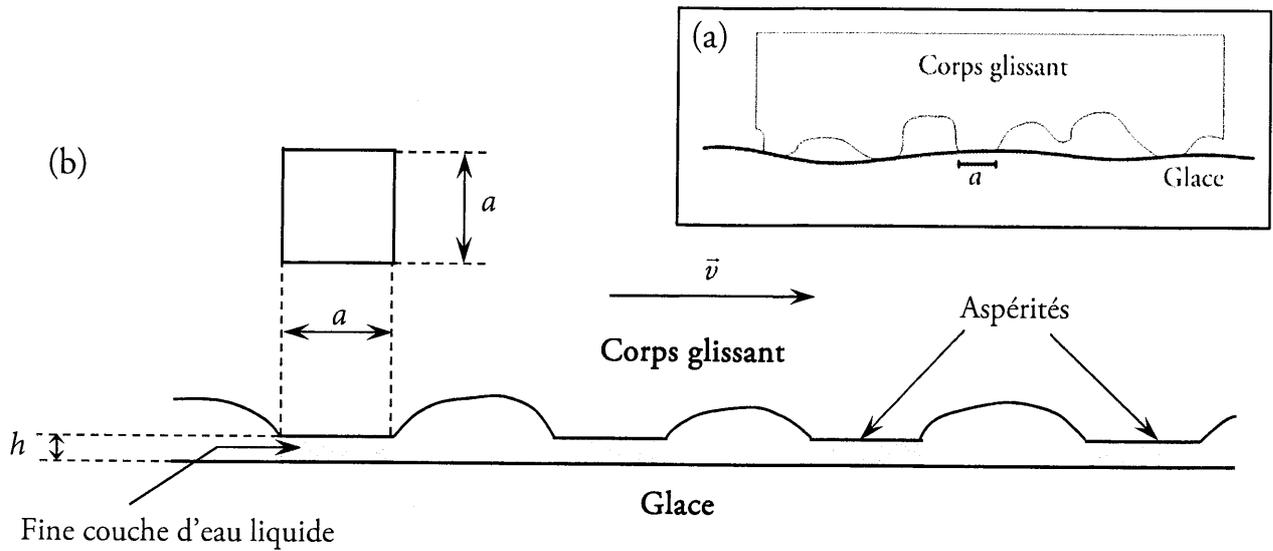


Figure 2. (a) Schéma d'un contact entre la glace et un corps plus dur. (b) Modélisation du contact entre la glace et le corps glissant.

Le contact entre la glace et un corps glissant supposé plus dur que la glace est schématisé sur la **Figure 2(a)**. Il est modélisé sur la **Figure 2(b)** : seules des aspérités du corps glissant sont réellement en contact avec la glace. On suppose que le nombre total d'aspérités en contact avec la glace est  $n$  et que leur section est carrée de côté  $a$ . Entre chaque aspérité et la surface de la glace, supposée plane et horizontale, existe une fine couche d'eau liquide d'épaisseur  $h$ . Le corps glissant est animé d'une vitesse  $\vec{v}$  parallèle à la surface de la glace. On définit la dureté (d'indentation)  $H$  de la glace par la relation

$$H = \frac{\|\vec{N}\|}{na^2}$$

où  $\vec{N}$  a le même sens que dans le **document 1**. C'est le rapport de la norme de la force de réaction normale à la surface réelle de contact. Le graphe donnant la dureté de la glace en fonction de la température est représenté sur la **Figure 3**. On considère habituellement que la pression de contact au niveau des aspérités est égale à la dureté du matériau le moins dur.

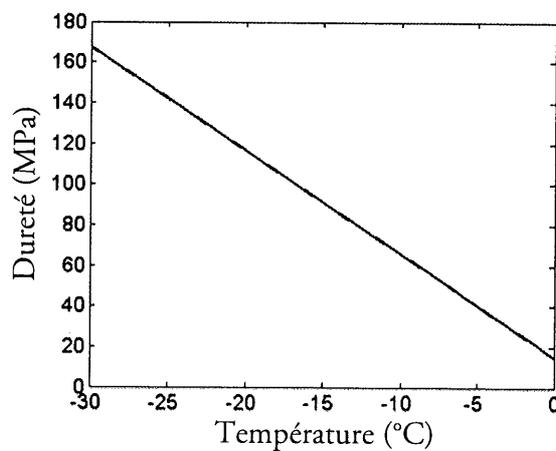
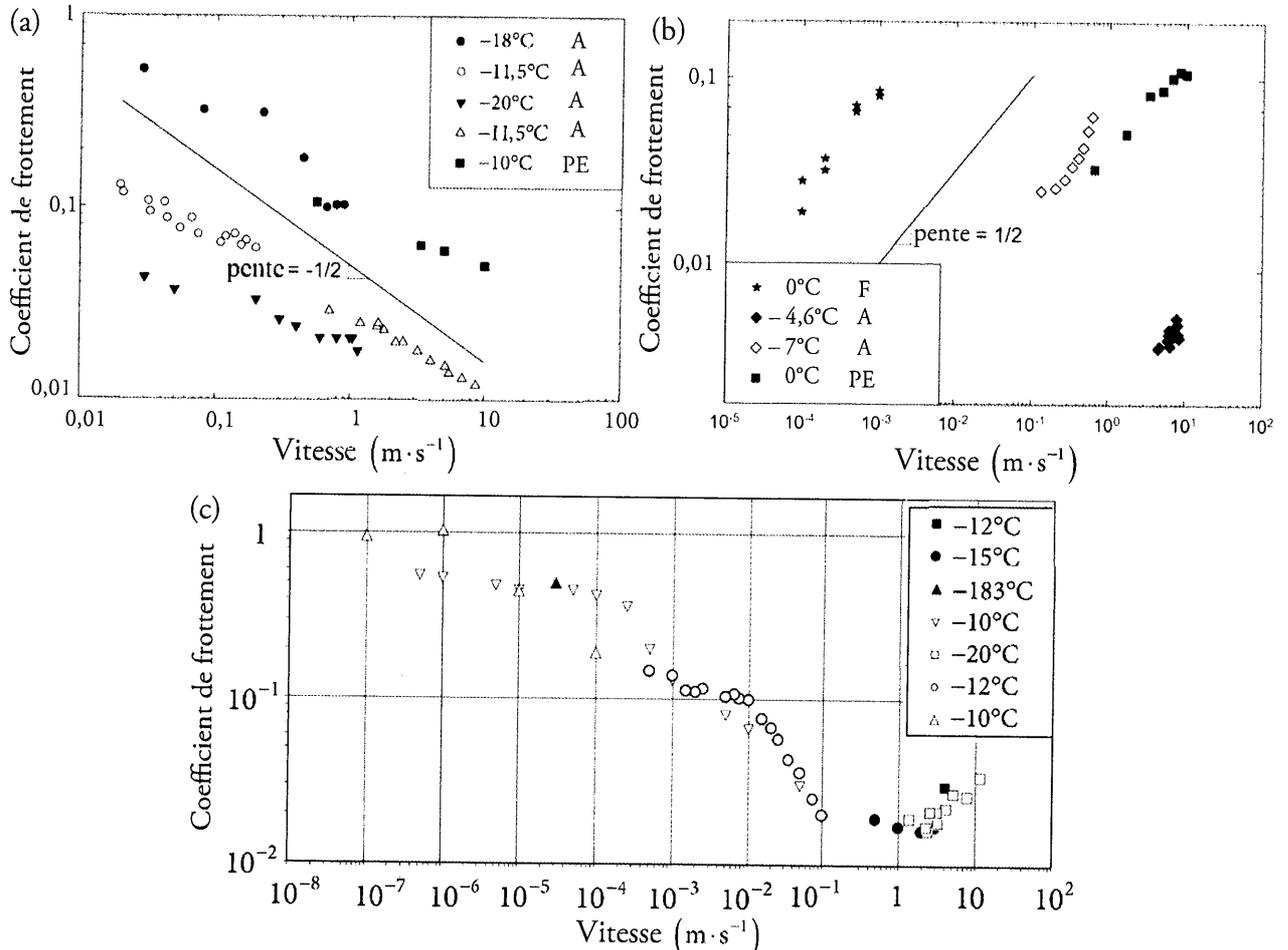


Figure 3. Dureté de la glace en fonction de la température.

### Document 5 : Dépendance du coefficient de frottement avec la vitesse

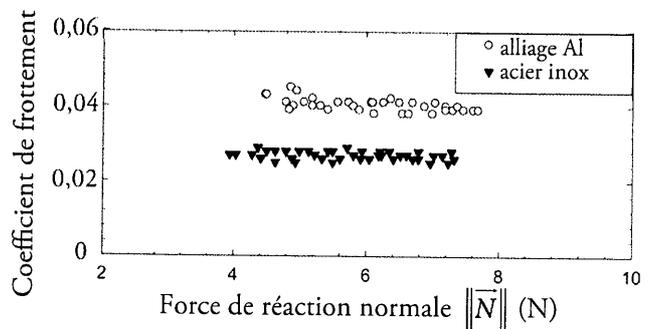
La **Figure 4** présente plusieurs séries de mesures du coefficient de frottement  $f$  sur la glace en fonction de la vitesse de glissement  $v$ , pour divers matériaux, des masses variées, et diverses températures. La **Figure 4(c)** présente des mesures de coefficient de frottement en fonction de la vitesse pour de la glace glissant sur de la glace. Les graphes sont logarithmiques.



**Figure 4.** Mesures du coefficient de frottement sur la glace en fonction de la vitesse pour diverses températures. (a) et (b) Matériaux : divers types d'acier (A), formica (F), polyéthylène (PE). (c) Mesures de coefficient de frottement glace sur glace.

### Document 6 : Dépendance du coefficient de frottement avec la force de réaction normale

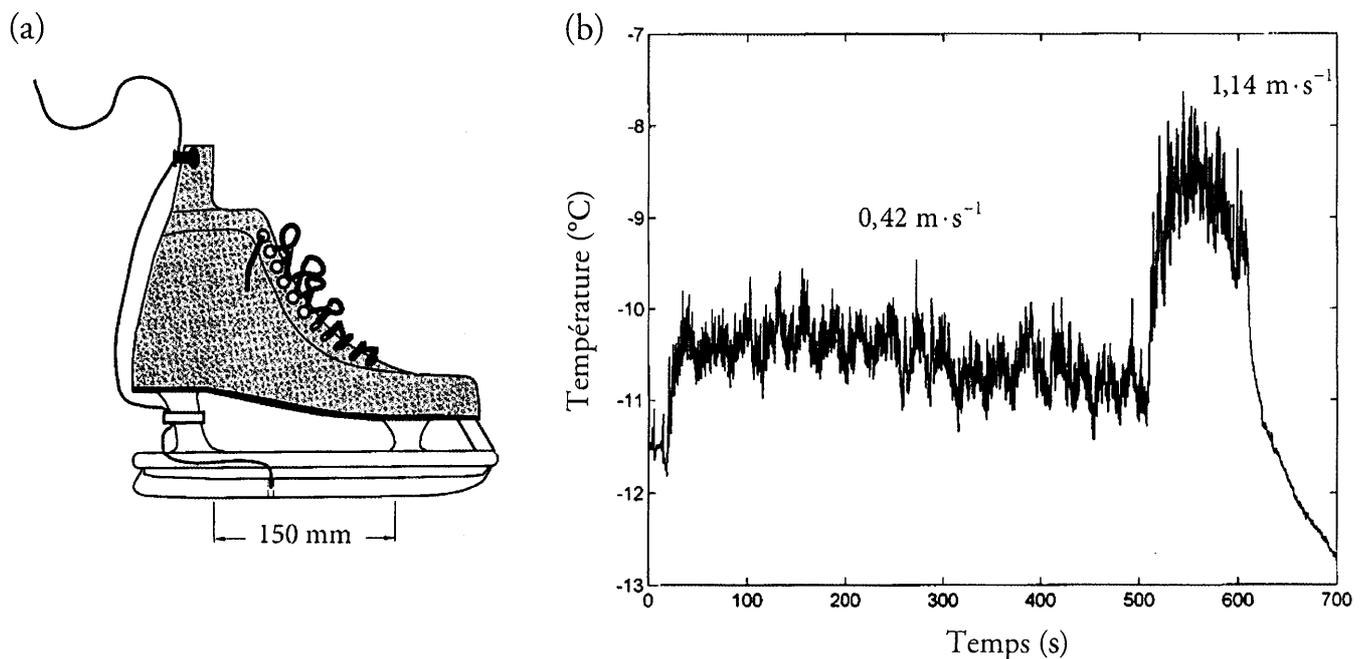
La **Figure 5** présente des mesures du coefficient de frottement de corps glissants métalliques sur de la glace en fonction de la force de réaction normale  $\|\vec{N}\|$  (voir **document 1**) à une température constante de  $-7^\circ\text{C}$  et à une vitesse constante de  $1\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Les métaux utilisés sont un alliage d'aluminium et de l'acier inoxydable.



**Figure 5.** Mesures du coefficient de frottement en fonction de la force de réaction normale pour un alliage d'aluminium et de l'acier inox.

### Document 7 : Mesure de température à l'interface glace-patin à glace

La **Figure 6** présente une mesure de la température à l'interface entre la glace et la lame d'acier d'un patin à glace. La chaussure de patinage utilisée pour l'expérience est représentée sur la **Figure 6(a)**. La lame étant légèrement courbe, seule une partie de sa surface est en contact avec la glace. La surface apparente de contact entre la lame et la glace est un rectangle de longueur égale à 150 mm et de largeur égale à 3 mm. La lame est percée d'un petit trou permettant d'installer un dispositif de mesure de température (thermocouple) au niveau de la surface inférieure de la lame. La vitesse de la patineuse, initialement immobile, a été augmentée à une vitesse très lente de  $0,42 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pendant une durée de 480 s. La vitesse a été ensuite brutalement augmentée à la valeur de  $1,14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pendant encore une durée de 160 s avant que le mouvement soit soudainement arrêté. Le graphe de cette mesure est présenté sur la **Figure 6(b)**. La température de la glace était de  $-13,4^\circ\text{C}$  pendant l'expérience, à l'exception de l'interface avec le patin.



**Figure 6.** (a) Patin à glace utilisé pour la mesure. (b) Mesure de la température à l'interface lame-glace en fonction du temps.

### Document 8 : Modèle de coefficient de frottement

Dans un modèle publié en 2014, le coefficient de frottement  $f$  entre la glace à une température  $T_0$  et un corps glissant plus dur de vitesse  $v$ , a pour expression

$$f = n^{1/4} H^{-3/4} \|\bar{N}\|^{-1/4} \left( \frac{T_F - T_0}{2} \sqrt{\frac{\lambda \rho c}{2\nu}} + \sqrt{(T_F - T_0)^2 \frac{\lambda \rho c}{8\nu} + \rho_e \eta L v} \right)$$

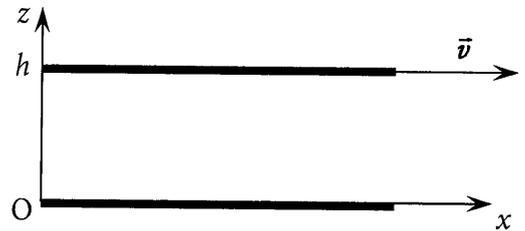
où  $\eta$  et  $\rho_e$  sont respectivement la viscosité dynamique et la masse volumique de l'eau liquide et  $T_F$  la température de fusion de la glace, lorsqu'on peut négliger la diffusion thermique dans le corps glissant (cas fréquent). Les grandeurs  $c$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $L$ ,  $n$ ,  $H$ , et  $N$  ont le même sens que dans les documents précédents.

## Questions

### Partie 1 : Questions sur des notions du programme en lien avec le thème

#### 1.1) Écoulement de Couette plan (cisaillement simple plan)

Un liquide newtonien, de viscosité dynamique  $\eta$ , incompressible et indilatable, s'écoule entre deux plans infinis parallèles distants de  $h$  et orthogonaux à l'axe  $Oz$  des coordonnées (**Figure 7**). Le plan en  $z=0$  est immobile alors que le plan en  $z=h$  est en translation rectiligne uniforme à la vitesse  $\vec{v}$  dans la direction  $Ox$  de vecteur unitaire  $\vec{u}_x$ . On suppose que le régime permanent est atteint, que la pression est uniforme et que le profil de vitesse est linéaire selon  $Oz$ . Notations :  $\vec{v} = v\vec{u}_x$  ; champ des vitesses dans le fluide :  $\vec{V} = V(z)\vec{u}_x$ .



**Figure 7.** Cisaillement simple plan.

- Donner l'expression du champ des vitesses dans le fluide en fonction de  $v$ ,  $h$  et  $z$ .
- Donner l'expression de la force tangentielle surfacique subie par le plan supérieur.
- Établir l'expression de la force de frottement subie par une section carrée de côté  $a$  du plan supérieur et l'expression de la puissance de cette force.

#### 1.2) Glissement et frottement sur la glace

Un palet de hockey sur glace de masse  $m$  est lancé sur une surface plane de glace avec une vitesse initiale horizontale  $v_0\vec{u}_x$  dans la direction  $Ox$  de vecteur unitaire  $\vec{u}_x$ . Pour simplifier, on suppose que son mouvement est un mouvement de translation. On note  $v$  la composante sur  $Ox$  du vecteur vitesse  $\vec{v}$  du palet. Le palet a la forme d'un disque de 2,54 cm d'épaisseur et 7,62 cm de diamètre.

Données :  $v_0 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;  $m = 170 \text{ g}$  ; accélération de la pesanteur :  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

- Faire l'inventaire des forces subies par le palet en négligeant les frottements de l'air et les représenter sur un schéma.
- On suppose d'abord que la force de frottement  $\vec{T}$  est du type frottement fluide visqueux :  $\vec{T} = -\alpha\vec{v}$ . Établir l'expression de la vitesse du palet en fonction du temps. Tracer l'allure du graphe correspondant.
- On suppose dans cette question et les deux suivantes que le coefficient de frottement (voir **document 1**) est une constante. Exprimer la force de frottement et calculer numériquement son intensité. Donnée :  $f = 0,02$ .
- Établir l'expression de la vitesse du palet en fonction du temps. Tracer l'allure du graphe correspondant.
- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de la distance parcourue par le palet avant de s'arrêter. Calculer numériquement cette distance.

#### 1.3) Fusion de la glace sous l'effet de la pression

- Évaluer numériquement la pression exercée sur la glace par un patineur de masse  $M$  lorsqu'un seul patin est en contact avec la glace. On se reportera au **document 7** pour les caractéristiques des patins. Estimer la température de la glace permettant une fusion en surface de la glace sous l'effet d'une telle pression. Donnée :  $M = 60 \text{ kg}$ .
- Expliquer pourquoi, dans le cas du contact entre deux solides rugueux, il est envisageable que la surface réelle de contact soit plus petite que la surface totale. Dans le cas du patineur précédent, évaluer numériquement le pourcentage de la surface des lames des patins en contact réel avec la glace pour que la pression entraîne une fusion en surface si la température de la glace est de  $-10^\circ\text{C}$ .

- c) À l'aide du **document 3**, déterminer la température minimale à laquelle on peut obtenir de l'eau liquide et la pression correspondante.
- d) En vous appuyant sur le **document 2**, indiquer si ce résultat est en accord avec la théorie d'une fusion de la glace sous l'effet de la pression.

## Partie 2 : Analyse des documents

### 2.1) Température de surface de la glace dans le cas d'une fusion par compression

On suppose que la couche d'eau liquide, qui apparaît à la surface de la glace et qui joue un rôle lubrifiant, résulte d'une fusion de la glace sous l'effet de la pression exercée par le corps glissant : une pression  $P$  très élevée entraîne la fusion d'une masse  $m$  de glace.

- a) Avant la fusion d'une partie de la glace, la température initiale est  $T_0$ . Estimer numériquement la température  $T_F$  de la couche d'eau liquide, en équilibre avec la glace, à l'état final à la pression  $P$ .  
Données :  $P = 100 \text{ MPa}$  ;  $T_0 = 270 \text{ K}$ .
- b) Donner l'expression de l'énergie nécessaire à la fusion de la masse  $m$  de glace.
- c) À partir des questions précédentes et en justifiant la réponse, indiquer si la température de surface de la glace doit augmenter ou diminuer si la fusion de glace en surface est attribuable à la pression. En analysant les documents, indiquer si l'expérience confirme ou infirme cet effet.

### 2.2) Chaleur produite par les frottements

- a) On considère le frottement d'une aspérité du corps glissant (voir **document 4**). Cette aspérité est supposée en translation rectiligne uniforme à la vitesse  $\vec{v}$  dans la direction horizontale  $Ox$ . L'écoulement de l'eau liquide entre la glace et l'aspérité est un écoulement de Couette plan avec les mêmes hypothèses qu'à la **question 1.1**. Établir l'expression du travail  $W_1$  de la force de frottement subie par une aspérité, puis celle du travail  $W$  pour tout le corps glissant, pour un déplacement d'une longueur  $a$ , en fonction de la viscosité dynamique de l'eau  $\eta$ , de la vitesse  $v$  du corps glissant, de l'épaisseur  $h$  de la couche liquide, du nombre  $n$  d'aspérités (**document 4**) et de  $a$ .
- b) Justifier que ce travail correspond en fait à un transfert d'énergie au milieu sous forme de chaleur. Par la suite, on notera  $Q_1$  la chaleur reçue par le milieu pour une aspérité et  $Q$  la chaleur reçue pour l'ensemble du corps glissant. Justifier que  $Q_1$  et  $Q$  ont pour expression

$$Q = n Q_1 = \frac{n \eta v a^3}{h}.$$

Commenter le signe de  $Q$ .

### 2.3) Fusion de la glace sous l'effet des frottements

- a) On suppose que la chaleur  $Q_1$  est intégralement utilisée pour la fusion de la glace et la production de la couche d'eau liquide d'épaisseur  $h$  sous l'aspérité. La glace est initialement à une température égale à sa température de fusion. Exprimer  $Q_1$  en fonction de  $a$ ,  $h$ , de la masse volumique de l'eau liquide  $\rho_e$  et de l'enthalpie massique de fusion de la glace  $L$ .
- b) En déduire la loi vérifiée par l'épaisseur  $h$  d'eau liquide en fonction de la vitesse  $v$  du corps glissant.
- c) Donner l'expression de la norme de la force de frottement subie par le corps glissant en fonction de  $a$ ,  $h$ ,  $n$ ,  $v$  et  $\eta$  puis en fonction de  $a$ ,  $n$ ,  $v$ ,  $L$ ,  $\rho_e$  et  $\eta$  où  $\eta$  est la viscosité dynamique de l'eau liquide.
- d) En déduire que le coefficient de frottement  $f$  (**document 1**) est donné par la loi

$$f = n^{1/4} H^{-3/4} (mg)^{-1/4} \sqrt{\rho_e \eta L v}.$$

Dans cette expression,  $m$  est la masse du corps glissant. La grandeur  $H$  est définie dans le **document 4**.

#### 2.4) Modèle de frottement sur la glace

- a) Montrer que la loi précédente est un cas limite de la loi plus générale présentée dans le **document 8**. Donner la condition de validité de cette loi limite sous la forme d'une inégalité forte sur la vitesse.
- b) Donner l'expression que prend la loi donnée dans le **document 8** dans le cas où l'inégalité forte précédente est en sens inverse. Identifier le phénomène physique principal négligé dans la partie 2.3.
- c) Indiquer si les résultats expérimentaux présentés dans le **document 5** sont en accord avec les deux lois limites précédentes.
- d) Préciser si les conditions de validité de ces deux lois limites sont qualitativement en accord avec les mesures présentées dans le **document 5**, en ce qui concerne l'influence de la température de la glace et de la vitesse de glissement.
- e) Montrer que la loi générale du coefficient de frottement (**document 8**) peut s'écrire en fonction uniquement de  $a, H, v, T_0, T_F, \lambda, \rho, \rho_e, c, \eta$  et  $L$ . La grandeur  $H$  est définie dans le **document 4**.
- f) On étudie l'effet de la masse du corps glissant sur le coefficient de frottement en tenant compte de la dureté définie dans le **document 4**. À l'aide des documents, indiquer comment varie la surface réelle de contact entre le corps glissant et la glace quand cette masse augmente à température constante. Estimer numériquement cette surface réelle de contact pour un patin à glace du type présenté dans le **document 7** utilisé par un patineur de masse  $M$  en train de glisser sur un seul patin à une température de  $-10^\circ\text{C}$ . En déduire le pourcentage de la surface des lames des patins en contact réel avec la glace. Donnée :  $M = 60$  kg.
- g) Expliquer la différence entre cette dernière valeur numérique et celle obtenue à la **question 1.3 b**).
- h) On peut envisager deux cas limites quand la masse du corps glissant varie, à température constante et pour une vitesse de glissement donnée :
  - Le nombre  $n$  d'aspérités en contact avec la glace varie mais la taille caractéristique  $a$  de celles-ci reste constante.
  - Le nombre  $n$  d'aspérités en contact avec la glace reste constant mais la taille caractéristique  $a$  de celles-ci varie.

Dans le cadre du modèle du **document 8** et à l'aide du résultat de la **question 2.4 e**), indiquer, en analysant le **document 6**, si l'une de ces hypothèses semble en accord avec l'expérience.

### Partie 3 : Approche critique et prospective sur le thème

- 3.1) Présenter les arguments en faveur et en défaveur de chacune des deux théories d'explication du caractère glissant de la glace abordées dans cette épreuve, la théorie d'une fusion par compression et la théorie d'une fusion par l'effet des frottements.
- 3.2) Indiquer si, selon vous, l'examen de ces deux théories permet de faire le tour du problème. Indiquer des phénomènes physiques susceptibles d'intervenir dans le caractère glissant de la surface de la glace et n'ayant pas été abordés dans cette étude.

**FIN**