

PHYSIQUE-CHIMIE
Résolution de problème
Durée : 3 heures

L'usage d'une calculatrice est autorisé

Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, il doit alerter au plus tôt le chef de centre qui vérifiera et éventuellement remplacera le sujet. Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Bioénergétique de la Chouette Harfang

Le Harfang des neiges (*Bubo scandiacus* ou *Nyctea scandiaca*), appelé aussi Chouette Harfang, est un oiseau de l'ordre des Strigiformes, qui comprend les rapaces nocturnes tels que les chouettes et les hiboux (**Figure 1**). Le Harfang vit principalement dans la toundra arctique où il se reproduit vers février-mars. Il se nourrit principalement de lemmings qui sont de petits rongeurs vivant dans le même milieu. Le harfang peut occasionnellement visiter des régions situées plus au sud, particulièrement quand les populations de lemmings se raréfient. Les harfangs sont des oiseaux de grande taille dont les mensurations sont les suivantes : poids moyen des femelles : 2,120 kg ; poids moyen des mâles : 1,730 kg ; envergure : environ 150-160 cm ; longueur : environ 60 cm. Ce sont en moyenne les plus grands Strigiformes d'Amérique du Nord, le Grand-Duc d'Europe *Bubo bubo* étant plus grand. L'objectif du problème est d'étudier la capacité des harfangs à résister au froid rigoureux et aux vents parfois violents qui règnent dans la toundra en hiver, ainsi que leurs besoins énergétiques.



Figure 1. Harfang des neiges (à droite : en chasse).

Partie 1 : Conduction thermique

Les résultats des questions 1.10 et 1.11 sont utiles pour traiter les parties suivantes.

- 1.1) Écrire la loi de Fourier en donnant le nom et l'unité, dans le Système International, de toutes les grandeurs figurant dans cette loi.
- 1.2) On considère un solide de masse volumique ρ , de capacité thermique massique c et de conductivité thermique λ . Établir, dans le cas d'un transport unidirectionnel (direction repérée par l'abscisse x), un bilan local d'énergie, en l'absence de sources volumiques et sans échange à travers des parois latérales. En déduire une équation aux dérivées partielles pour la température dans le solide et préciser l'expression de la diffusivité thermique.
- 1.3) Indiquer en quelle unité s'exprime la diffusivité thermique d'un milieu.
- 1.4) L'une des extrémités du solide (en $x = 0$) est maintenue à la température T_1 alors que l'autre extrémité (en $x = \ell$) est maintenue à la température T_2 ($T_2 < T_1$). On se place dorénavant en régime permanent. Indiquer dans quel sens a lieu le transfert d'énergie par conduction thermique.
- 1.5) Établir, en régime permanent, l'expression de la température dans le solide en fonction de l'abscisse x pour x compris entre 0 et ℓ ($0 \leq x \leq \ell$).
- 1.6) Écrire l'expression de la résistance thermique, après avoir donné sa définition et précisé son unité. Donner aussi l'expression de la conductance thermique, définie comme l'inverse de la résistance thermique.

Pour établir des bilans énergétiques sur la chouette harfang, il est nécessaire d'étudier une géométrie définissant un volume corporel fini. Un modèle très simplifié, mais fournissant malgré tout des résultats qualitativement significatifs, est constitué par une géométrie sphérique. On suppose que le corps de l'oiseau est une sphère homogène de centre O , de rayon R et de masse volumique ρ , maintenue à la température corporelle T_i . Il est enveloppé par une couche isolante d'épaisseur e représentant le plumage (**Figure 2**). La distance au centre O est repérée par la coordonnée radiale r . On étudie la conduction thermique dans le plumage avec comme conditions aux limites : $T(r = R) = T_i$; $T(r = R + e) = T_e$. La température T_e est la température extérieure (ambiante). Elle est inférieure à T_i . Il n'y a pas de source volumique dans le plumage.

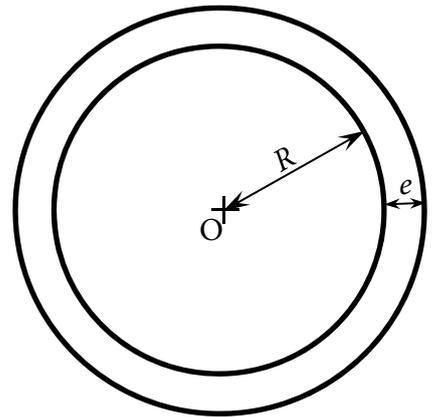


Figure 2. Transport en géométrie sphérique.

- 1.7) Justifier que la température ne dépend que de r et en déduire l'expression découlant de la loi de Fourier du vecteur densité de flux thermique dans le plumage. On notera λ la conductivité thermique de celui-ci. Préciser la direction et le sens de ce vecteur.
- 1.8) En utilisant les symétries, établir l'expression du flux thermique à travers une sphère de centre O et de rayon r compris entre R et $R + e$, en fonction de λ , r et de la dérivée dT/dr .
- 1.9) Justifier que le flux thermique est constant en régime permanent si r est compris entre R et $R + e$.
- 1.10) Établir l'expression de la résistance thermique du plumage. Vérifier que l'expression de sa conductance thermique G_{th} s'écrit sous la forme

$$G_{th} = \alpha \frac{\lambda R(R + e)}{e}.$$

Dans cette expression, α est un nombre sans dimension que l'on précisera.

- 1.11) On note S la surface corporelle (plumage exclu). Dans le cas où e est très petit devant R , montrer que la conductance thermique peut s'écrire :

$$G_{th} = \frac{\lambda S}{e}$$

Partie 2 : Taille de l'oiseau et résistance au froid

- 2.1) En notant m la masse de l'oiseau, on définit la conductance thermique rapportée à l'unité de masse corporelle par : $G_m = G_{th}/m$. Expliquer pourquoi G_m est une grandeur pertinente pour estimer les capacités de résistance au froid d'un animal.
- 2.2) Établir l'expression de G_m pour le plumage en géométrie sphérique (voir les questions 1.7 à 1.11) en fonction de λ , R , e et ρ , dans le cas général puis dans le cas où e est très petit devant R . On pourra utiliser le coefficient α de la question 1.10 si sa valeur n'a pas été déterminée.
- 2.3) On compare deux oiseaux de masses respectives m_1 et m_2 . On suppose que les corps de ces oiseaux sont sphériques, de même masse volumique ρ et qu'ils ont la même épaisseur de plumage e , les conductivités thermiques étant aussi les mêmes. Établir l'expression du rayon corporel (plumage exclu) en fonction de la masse en négligeant la masse du plumage. Calculer numériquement les rayons corporels de ces deux oiseaux, respectivement R_1 et R_2 . Données : $m_1 = 2,0$ kg ; $m_2 = 10$ g ; $\rho = 1,0 \cdot 10^3$ kg \cdot m⁻³.
- 2.4) Calculer numériquement le rapport x des conductances thermiques par unité de masse corporelle des deux oiseaux de la question 2.3, notées respectivement G_{m1} et G_{m2} : $x = G_{m1}/G_{m2}$. On utilisera les données et les hypothèses des questions précédentes. Donnée : $e = 1,0$ cm.
- 2.5) L'estimation de la surface corporelle d'un oiseau à partir de la mesure de sa masse est souvent obtenue à partir de la relation empirique suivante, où S est la surface corporelle exprimée en cm² et m la masse de l'oiseau exprimée en g :

$$S = 10 m^{2/3}.$$

Justifier la valeur de l'exposant $2/3$ de cette relation.

- 2.6) En analysant les résultats des questions précédentes et sur la base d'une épaisseur de plumage constante, discuter l'effet de la taille sur la capacité des oiseaux à vivre dans des climats très froids.
- 2.7) Le tableau suivant présente quelques données numériques moyennes obtenues à partir de mesures réalisées sur 62 espèces d'oiseaux de tailles diverses.

Masse de l'oiseau (g)	10	25	50	100	500
Nombre de plumes	1418	1672	1896	2147	2868
Nombre de plumes par unité de masse corporelle (g ⁻¹)	142	67	38	21	6
Nombre de plumes par unité de surface corporelle (cm ⁻²)	31	19	14	10	4,6
Masse du plumage (g)	0,6	1,5	2,9	5,6	26,3
Masse du plumage par unité de masse corporelle (mg \cdot g ⁻¹)	62	60	58	56	53
Masse du plumage par unité de surface corporelle (mg \cdot cm ⁻²)	13	17	21	26	42

Analyser ces résultats en essayant notamment de préciser comment, en moyenne, l'épaisseur du plumage varie en fonction de la masse d'un oiseau. On justifiera la réponse et on indiquera si les variations des caractéristiques du plumage des oiseaux avec leur taille renforcent ou non l'effet discuté à la question 2.6 sur le lien entre la taille et la résistance aux climats froids.

Partie 3 : Consommation de dioxygène

Lors d'une étude expérimentale, quatre harfangs des neiges ont été placés dans des cages et soumis à des températures ambiantes allant de $+18,5\text{ °C}$ à -66 °C . Les harfangs ont été alimentés régulièrement. La masse moyenne de ces harfangs était de $2,026\text{ kg}$. La consommation de dioxygène par ces oiseaux a été mesurée sur une durée de 2 à 4 heures après que la température ambiante se soit stabilisée. Les pertes thermiques étant plus importantes avec du vent, l'air est au repos dans les expériences de la partie 3. L'effet du vent sera abordé dans la partie 5. Les valeurs mesurées sont portées sur le graphe de la **Figure 3**.

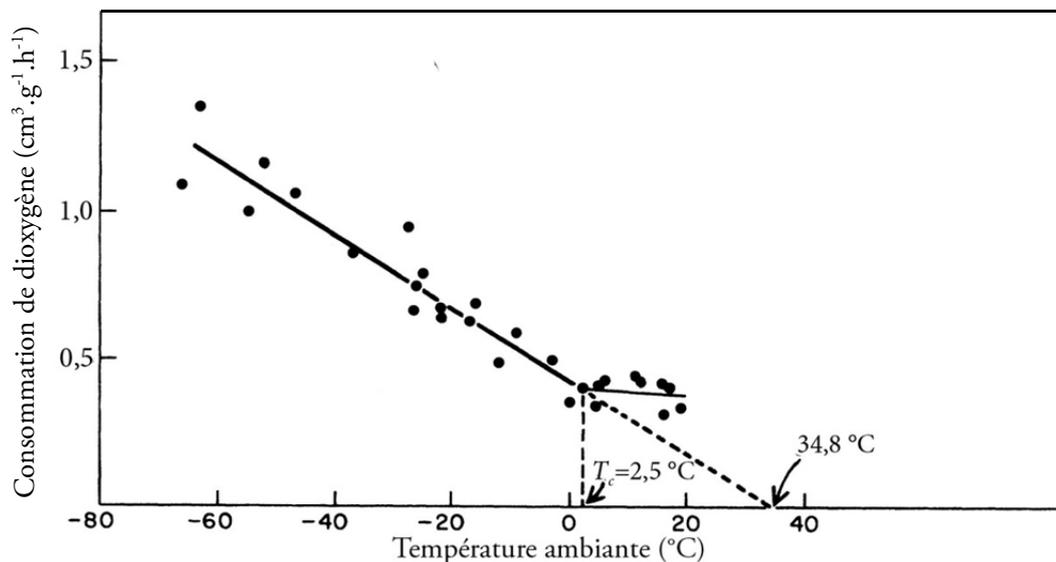


Figure 3. Mesures de consommation de dioxygène en fonction de la température ambiante pour des harfangs.

Une régression linéaire a donné, pour une température ambiante T_a comprise entre $2,5\text{ °C}$ et -66 °C , l'expression suivante de la consommation de dioxygène V_0 par un harfang en fonction de la température T_a (exprimée en $^{\circ}\text{C}$) :

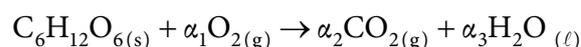
$$V_0 = 0,431 - 0,012 T_a$$

Dans cette expression, V_0 représente le volume de dioxygène (en cm^3) consommé par le harfang par heure et par unité de masse corporelle du harfang (en g). Son unité est le $\text{cm}^3 \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$.

3.1) Rappeler le principe général d'une régression linéaire.

3.2) Pour les valeurs de T_a comprises entre $2,5\text{ °C}$ et $18,5\text{ °C}$, la consommation de dioxygène est sensiblement constante. Estimer numériquement sa valeur à $2,5\text{ °C}$ en litre de dioxygène consommé par seconde et par kilogramme de masse corporelle du harfang ($\ell \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$).

On souhaite évaluer la consommation d'énergie d'un harfang par unité de temps et par unité de masse corporelle à partir des mesures de volumes de dioxygène consommé. L'équivalent énergétique de la consommation de dioxygène est évalué d'après les propriétés thermodynamiques de la réaction d'oxydation du glucose :



3.3) Déterminer les coefficients stœchiométriques α_1 , α_2 et α_3 .

3.4) Calculer la valeur numérique de l'enthalpie standard de cette réaction, supposée indépendante de la température. On donne les enthalpies standard de formation suivantes à 298 K :

$$\Delta_f H^\circ_{\text{glucose}} = -1273,3\text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} ; \Delta_f H^\circ_{\text{CO}_2} = -393,52\text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} ; \Delta_f H^\circ_{\text{H}_2\text{O}} = -285,10\text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} .$$

- 3.5) En déduire la valeur numérique de la chaleur produite par cette réaction ramenée à une mole de dioxygène.
- 3.6) Calculer numériquement le volume occupé par une mole de dioxygène, dans le modèle du gaz parfait, à une température de 2,5 °C et une pression de 1 bar.
Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$. On rappelle la relation entre la température en K, T (K), et la température en °C, T (°C) : $T(\text{K}) = T(°\text{C}) + 273,15$.
- 3.7) En déduire la valeur numérique de l'énergie produite par cette réaction par litre de dioxygène consommé.
- 3.8) Dans la littérature scientifique, la valeur de l'énergie produite par unité de volume de dioxygène consommé est généralement prise égale à $20,1 \text{ kJ} \cdot \text{dm}^{-3}$ (on utilisera cette valeur dans les questions suivantes). Comparer cette valeur à celle qui a été calculée à la question 3.7 et proposer une explication de l'écart éventuel.
- 3.9) Calculer numériquement la puissance consommée par un harfang par unité de masse corporelle, à une température ambiante de 2,5 °C. On exprimera le résultat en $\text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- 3.10) On suppose que les harfangs étudiés sont en équilibre énergétique : l'énergie consommée, évaluée à partir de la consommation de dioxygène, compense exactement les pertes énergétiques dues au transfert thermique par conduction dans le plumage. Sachant que la température corporelle moyenne d'un harfang des neiges est de 41,0 °C, calculer numériquement la conductance thermique par unité de masse corporelle d'un harfang placé à une température ambiante de 2,5 °C. On exprimera le résultat en $\text{W} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
- 3.11) Des mesures de conductance thermique par unité de masse corporelle ont été effectuées sur 31 espèces d'oiseaux. Les données expérimentales ont été ajustées par la relation :

$$\log G_m = 1,283 - 0,536 \log m.$$

Dans cette relation, G_m est la conductance thermique de l'oiseau par unité de masse corporelle, exprimée en $\text{J} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et m est la masse de l'oiseau en g. La notation log indique le logarithme décimal. Calculer numériquement, à partir de cette relation, la conductance thermique par unité de masse corporelle d'un oiseau de masse égale à la masse moyenne des harfangs étudiés dans l'expérience décrite précédemment (2 026 g). On convertira le résultat en $\text{W} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

- 3.12) Calculer l'écart relatif entre la valeur de la conductance thermique par unité de masse corporelle estimée par la relation de la question 3.11, qui est la valeur moyenne sur 31 espèces d'oiseaux, et la valeur calculée pour un harfang des neiges à la question 3.10. Commenter cet écart. Des mesures sur le Manchot Adélie (*Pygoscelis adeliae*) ont donné la valeur $G_m = 4,76 \cdot 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Comparer cette valeur avec celle mesurée pour un harfang et commenter.

Partie 4 : Dépense énergétique due au vol

La tactique de chasse usuelle d'un harfang consiste à attendre, perché sur une éminence, souvent un tas de neige gelé, qu'une proie potentielle passe dans un rayon d'environ 200 m. Lorsqu'une proie est repérée, le harfang vole vers elle, généralement directement, vite et près du sol, pour la capturer. Si au bout de 10 à 15 minutes, aucune proie n'a été repérée, le harfang effectue un vol court vers un autre point d'observation et recommence la même procédure. Sauf lorsqu'ils changent de région ou pendant la parade nuptiale, les harfangs passent la plus grande partie de leurs journées immobiles à dormir ou à attendre. Par ailleurs, pendant les périodes chaudes, on observe que les harfangs battent souvent des ailes ou étendent celles-ci.

- 4.1) On note \mathcal{R} un référentiel dont l'origine est au centre d'inertie du harfang et dont les axes sont fixes par rapport au corps de l'oiseau. On ne tient pas compte des ailes. On considère que le corps du harfang est en translation rectiligne uniforme à la vitesse v par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen. En justifiant la réponse, indiquer si le référentiel \mathcal{R} est galiléen. Donnée : $v = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- 4.2) On s'intéresse au mouvement du fluide autour du corps du harfang (sans se préoccuper des ailes) dans le référentiel \mathcal{R} . On notera ν la viscosité cinématique de l'air. Rappeler l'unité dans le système international de la viscosité cinématique.
- 4.3) Calculer et interpréter le nombre de Reynolds de l'écoulement autour du corps de l'oiseau en prenant comme longueur caractéristique le diamètre d d'un cercle de même aire que la section droite du corps de l'oiseau, notée S .
Données : $S = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$; $\nu = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ SI}$ (à -40°C).
- 4.4) Une partie de l'énergie dépensée durant le vol est utilisée pour s'opposer à la force de résistance de l'air sur le corps de l'oiseau, les ailes étant toujours exclues de cette étude. Cette force, appelée *force de traînée*, peut s'écrire :

$$\vec{F} = -\frac{1}{2} C_x \rho_a S \|\vec{v}\| \vec{v} .$$

Dans cette relation, \vec{v} est le vecteur vitesse du centre d'inertie du harfang, ρ_a la masse volumique de l'air, S la section droite du corps de l'oiseau (voir la question 4.3) et C_x un coefficient sans dimension appelé coefficient de traînée. Justifier que cette force n'est pas conservative.

- 4.5) Calculer numériquement la valeur absolue du travail de cette force si l'oiseau vole en ligne droite à la vitesse v pendant 1 heure. Données : $C_x = 0,10$; $\rho_a = 1,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (à -40°C) ; $v = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- 4.6) Selon les modèles en vigueur, la puissance mécanique dépensée pendant le vol dans le cas d'un harfang d'une masse d'environ 2 kg est voisine de 18 W pour une vitesse proche de $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer numériquement l'énergie mécanique dépensée pendant un vol d'une durée de 1 heure. Proposer une explication de la différence entre cette valeur et la valeur calculée à la question 4.5.
- 4.7) L'énergie mécanique exercée par les muscles de l'oiseau est d'origine chimique (hydrolyse de l'adénosine triphosphate ou ATP). Le rendement de la conversion d'énergie chimique en énergie mécanique est estimé à 0,23, le reste étant converti en chaleur. À la lumière des données, des informations et des résultats de cette partie et des précédentes, proposer des arguments permettant d'expliquer les habitudes de vie relativement statiques des harfangs, dans le contexte de la résistance au froid dans l'hiver arctique où les températures descendent fréquemment jusque vers -40°C .

Partie 5 : Effet du vent

L'expérience décrite dans l'introduction de la partie 3 a été reproduite en imposant en plus un vent de vitesse fixée. Une série de mesures a été réalisée avec une vitesse de vent v_1 égale à $4,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et une autre avec une vitesse de vent v_2 égale à $7,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Pour la vitesse v_1 , une régression linéaire pour les mesures de consommation de dioxygène en fonction de la température ambiante T_a a donné la loi suivante :

$$V_1 = V_0 + 0,260 - 0,0193 T_a .$$

Pour la vitesse v_2 , la loi obtenue est :

$$V_2 = V_0 + 0,337 - 0,0251 T_a .$$

Dans ces relations, V_0 correspond à la grandeur définie dans la partie 3, V_1 et V_2 sont les consommations de dioxygène par unité de masse corporelle, exprimées en $\text{cm}^3 \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$ et T_a est la température ambiante exprimée en $^\circ\text{C}$.

5.1) À une température ambiante donnée, on postule une loi du type :

$$V_v - V_0 = Av^\beta .$$

Dans cette relation, V_v est la consommation de dioxygène par unité de masse corporelle lorsque la vitesse du vent est v et A et β sont deux constantes. La constante A peut dépendre de la température ambiante mais pas la constante β . En supposant que l'on dispose de suffisamment de mesures, expliquer une méthode permettant de valider la forme postulée pour cette loi.

5.2) Estimer la valeur de β à partir des données dont vous disposez.

On souhaite vérifier la dépendance de la consommation d'énergie avec la vitesse du vent. Pour cela, on étudie une plaque plane en contact sur un de ses côtés avec de l'air animé d'une vitesse v . La température de surface de la plaque est T_S . La température de l'air est égale à T_a ($T_a < T_S$), sauf dans une fine couche au voisinage de la plaque où la température varie rapidement de T_S à T_a . L'épaisseur $\delta_T(x)$ de cette couche, appelée couche limite thermique, augmente avec la distance x comptée à partir du bord d'attaque de la plaque (en $x = 0$). On se reportera utilement à la **Figure 4**.

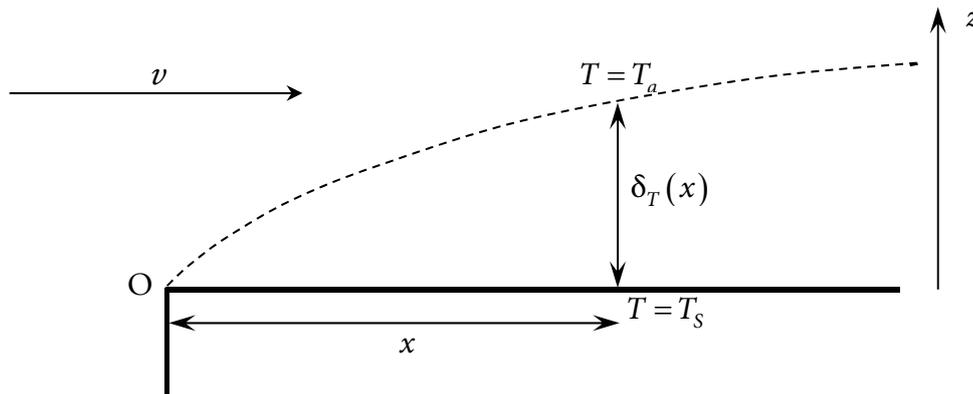


Figure 4. Développement d'une couche limite thermique dans le cas d'une plaque plane.

La variation de température dans la couche limite thermique est supposée due au phénomène de conduction thermique. On suppose que la couche limite est suffisamment fine pour pouvoir considérer que la diffusion thermique n'a lieu que dans la direction Oz orthogonale à la plaque. Le système est invariant dans la direction orthogonale au plan de la **Figure 4**.

5.3) En notant D la diffusivité thermique de l'air, exprimer, par analyse dimensionnelle, le temps caractéristique τ pour que la distance caractéristique de diffusion thermique soit δ_T .

5.4) En prenant v comme vitesse caractéristique, évaluer le temps caractéristique pour parcourir la distance x .

5.5) En déduire une estimation de $\delta_T(x)$ en fonction de D , x et v .

Pour simplifier, on suppose que le profil de température selon z dans la couche limite thermique est le même que si le régime permanent était atteint. À une abscisse x , la couche limite thermique est comprise entre $z = 0$, où la température est T_S , et $z = \delta_T(x)$, où la température est supposée égale à T_a . On considère un élément de surface dS de largeur dx selon Ox et de longueur a dans la direction orthogonale au plan de la **Figure 4** : $dS = a dx$.

5.6) Exprimer le flux thermique $d\Phi$ à travers la couche limite thermique à l'abscisse x en fonction de dS , ν , D , x , T_s , T_a et de la conductivité thermique de l'air λ_a .

5.7) Montrer que le flux thermique total sortant de la plaque entre $x = 0$ et $x = L$ peut s'écrire :

$$\Phi = 2\lambda_a a \sqrt{\frac{L}{D}} (T_s - T_a) \nu^b.$$

Calculer la valeur de l'exposant b . Comparer à la valeur de l'exposant β calculée à la question 5.2.

5.8) Un calcul plus précis donnerait l'expression suivante pour l'épaisseur de la couche limite thermique définie comme étant la cote z lorsque la température est égale à T_ℓ où $T_\ell = T_s - 0,99(T_s - T_a)$:

$$\delta_T(x) = \frac{4,92x}{\sqrt{Re_x}} \left(\frac{D}{\nu} \right)^{1/3}$$

Dans cette expression, Re_x est le nombre de Reynolds local de l'écoulement à l'abscisse x , défini avec la vitesse caractéristique ν et la longueur caractéristique x et ν est la viscosité cinématique de l'air. Indiquer si on retrouve la même dépendance en ν que celle obtenue à la question 5.5.

Comparer l'épaisseur de la couche limite thermique avec celle obtenue à la question 5.5 en utilisant les données pour l'air à 20 °C : $D = 20 \cdot 10^{-6}$ SI ; $\nu = 13 \cdot 10^{-6}$ SI.

FIN